

Opacidad en atmósferas estelares

El material de la atmósfera absorbe la radiación estelar.

Tres mecanismos básicos:

- Opacidad del continuo

- Transiciones ligado-libre (b-f): ionización
- Transiciones libre-libre (f-f): bremsstrahlung

- Opacidad de las líneas

- Transiciones ligado-ligado (b-b)

Otros mecanismos:

- Scattering: cambio de la dirección de un fotón sin cambiar λ .

- Rayleigh: λ del fotón mayor que la λ de resonancia de la partícula (varía como λ^{-4}).
- Thomson: λ del fotón mucho menor que la λ de resonancia de la partícula (independiente de λ).
- Scattering por electrones: es el de Thomson para un e^-

- Fotodisociación: moléculas.

Opacidad es función de:

- T_e
- Longitud de onda
- Composición química χ
 - H (90 % en número) es la principal fuente de opacidad

Absorción b-f (*Hidrógeno*)

Energía de un fotón que produce una transición b-f:

$$h\nu = E_n + \frac{1}{2}mv^2 = (\chi_{ion} - \chi_n) + \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

- E_n = energía de ligadura del nivel n
- χ_{ion} = energía de ionización H (13.6 eV)
- χ_n = energía de excitación del nivel n

$$\chi_n = \chi_{ion}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \quad (2)$$

Coeficiente de absorción de un átomo de H en el nivel n (Kramers + Gaunt):

$$\alpha_n = \frac{32\pi^2 e^6}{3^{3/2} h^3 c^3} R \frac{\lambda^3}{n^5} g'_n = \alpha_0 \frac{\lambda^3}{n^5} g'_n \quad (\alpha_0 = 1,044 \times 10^{-26}, \lambda \text{ en Angstroms}) \quad (3)$$

- g'_n = factor de Gaunt (≈ 1 , corrección cuántica).
- Absorción total a λ : (3) por el número de átomos en el nivel n y sumando para todos los n (*Nota: pocos n significativos a una λ dada*).
- El número de átomos en n se estima con Boltzman:

$$\frac{N_n}{N} = \frac{g_n}{u_0(T)} e^{-\chi_n/kT} \quad (4)$$

El coeficiente de absorción (cm^2) por átomo de HI para todos los continuos producidos a partir del nivel n_0 es:

$$\kappa(H_{bf}) = \sum_{n_0}^{\infty} \alpha_n \frac{N_n}{N} = \alpha_0 \sum_{n_0}^{\infty} \frac{\lambda^3}{n^3} g'_n e^{-\chi_n/kT} \quad (5)$$

- Comportamiento de α_n :

Para producir una absorción del nivel n , energía del fotón cumple:

$$h\nu > \chi_{ion} - \chi_n \quad \lambda < \frac{hc}{\chi_{ion} - \chi_n} \quad (6)$$

Eq. 3: $\alpha_n = \alpha_0 \frac{\lambda^3}{n^5} g'_n \propto \frac{\lambda^3}{n^5} g'_n$

1. En el límite de ionización, E_{cin} (del e^- liberado) = 0:

$$\nu = \frac{Rc}{n^2} \quad y \quad \alpha_n \propto n$$

2. Para estas λ (ionización del nivel n), opacidad experimenta un salto importante (población de los niveles)

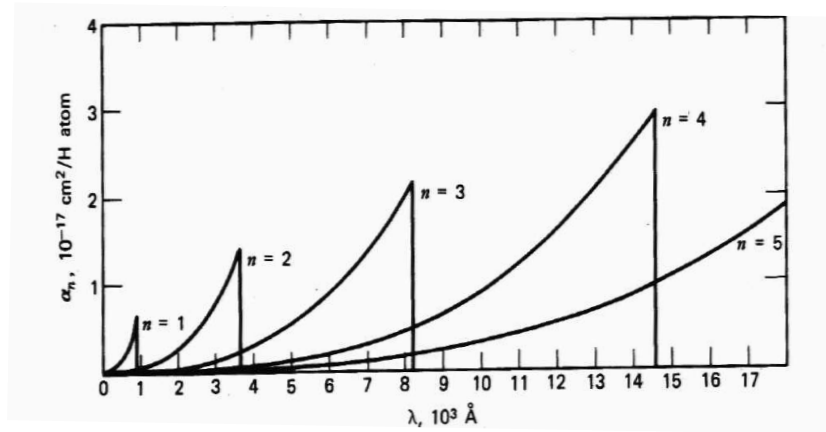


Figura 1: Coeficientes de absorción b-f del hidrógeno

3. Para cualquier n :

$$\alpha_n \propto \lambda^3$$

En el visible, el principal contribuyente a la opacidad del H es el continuo de Paschen

Absorción f-f (*Hidrógeno*)

Colisión de un electrón con un protón: se puede absorber un fotón variando la energía cinética:

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (7)$$

- Depende de la velocidad del electrón
- Menor que la absorción b-f

Coeficiente de absorción f-f (suponiendo una distribución maxwelliana de velocidades):

$$\alpha_f = \frac{2}{3^{3/2}} \frac{h^2 e^2}{\pi m^3} R \frac{1}{\nu^3} \left(\frac{2m}{\pi kT} \right)^{1/2} \quad (8)$$

- Coeficiente de absorción (cm^2) por átomo de HI es proporcional a la densidad de electrones y protones, N_e y N_p :

$$\kappa(H_{ff}) = \frac{\alpha_f g_f N_e N_p}{N_0} \quad (9)$$

$$\kappa(H_{ff}) = \alpha_f g_f \frac{(2\pi m kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{hcR}{kT}} \quad (10)$$

– g_f = factor de Gaunt

- Estrellas de los tipos BAF, absorción continua de HI es la contribución dominante (modula su distribución energética. Pero no en estrellas más frías (ver H^-).

Absorción b-b (*Hidrógeno*)

Una transición b-b ocurre cuando:

$$h\nu = hc/\lambda = \chi_u - \chi_i \quad (11)$$

- En el H : $\chi_n = \chi_{ion}(1 - \frac{1}{n^2})$
 - $\chi_{ion}, \chi_u, \chi_i$ potenciales de ionización, excitación del nivel superior e inferior, respectivamente
- De forma práctica:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_{inf}^2} - \frac{1}{n_{sup}^2} \right) \quad (12)$$

– $R_H = 109677.5 \text{ cm}^{-1}$ (constante de Rydberg)

- La sección eficaz b-b es:

$$\sigma_{\nu}^{bb} = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{ij} \phi_{\nu} \quad (13)$$

- f_{ij} = fuerza del oscilador de la transición $i \rightarrow j$
- ϕ_{ν} = perfil de la línea

El ión negativo de Hidrógeno (H^-)

H^o muy polarizado \rightarrow se puede formar H^- ligando un e^- (procedente de metales)

- La energía de ligadura es: $\chi(H^-) = 0,754 \Leftrightarrow \lambda = 1,6444 \mu m$
- Para las condiciones solares (aplicando Saha):

$$\frac{N(H^-)}{N(H^o)} \approx 3 \times 10^{-8}$$

- *Pero H^- es la fuente de opacidad al continuo más importante en el Sol: ¿?*

- Fotones con $\lambda < 1,6444 \mu m$ ionizan $H^- \rightarrow$ todos los iones H^- contribuyen a la absorción del continuo en la región visual.
- En esta región la contribución de H^o corresponde al continuo de Paschen \rightarrow *Hay que comparar la población relativa del H^- y de $H^o(n=3)$:*
- Para el Sol, utilizando Boltzmann:

$$\frac{N_H(n=3)}{N_H(n=1)} = 6 \times 10^{-10} \quad \rightarrow \quad \frac{N_H(n=3)}{N(H^-)} = 2 \times 10^{-2}$$

- Para estrellas de los primeros tipos (A):

$$\frac{N_H(n=3)}{N_H(n=1)} \gg 1$$

\Rightarrow Absorción de H neutro es mucho más importante

- Estrellas tardías pocos e^- libres (absorción H^- poco importante).

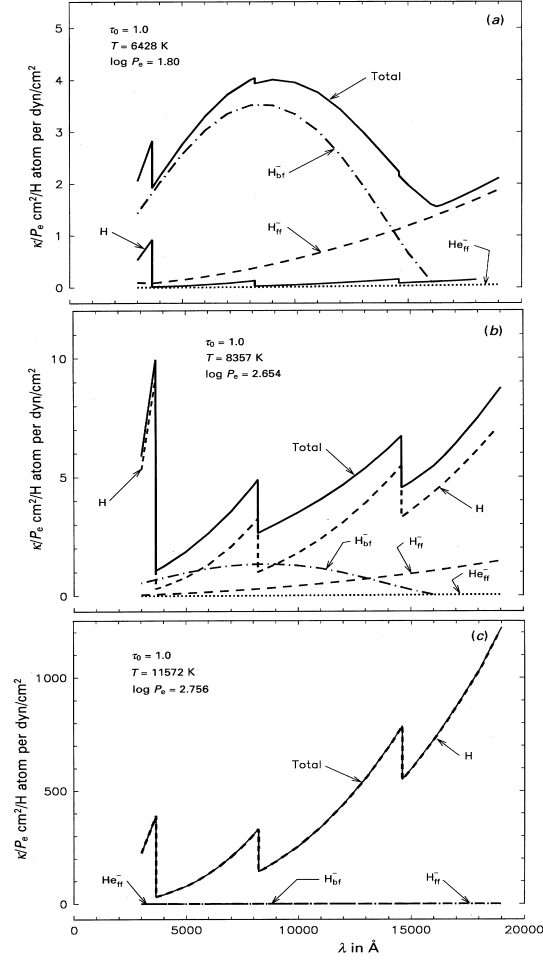


Figure 8.14: Continuous extinction coefficients κ_P^c from hydrogen and helium, per neutral hydrogen atom and per unit electron pressure, for the depth $\tau_0 = 1$ (continuum optical depth at $\lambda = 5000 \text{ \AA}$) in the photospheres of three dwarf stars. The coefficients κ are here measured per neutral hydrogen atom in whatever state of excitation, assuming Boltzmann population ratios, and normalized by the electron pressure because the H^-/H density ratio scales with P_e . The cross-sections are in units of 10^{-26} cm^2 , not cm^2 as specified in the y-axis labels. Panel (a) is for the Sun, panel (b) for a late A dwarf, panel (c) for a late B dwarf. The curves do not extend beyond the Balmer edge at left where the neglected metal edges become important. From Gray (1992).

Otras opacidades: He

He: 10 % (en número)

- Ionización: 24.6 eV
 - Primer estado excitado: 19.8 eV
- $\Rightarrow \lambda < 500 \text{ \AA}$ puede contribuir a la absorción
- Para el Sol (Boltzmann - $g_1 = 1, g_2 = 3$):

$$\log N_{He}(2s^3S)/N_{He}(1s^1S) = 0,48 - 19,8(5040/5770) = -16,8$$

– Sólo 10^{-17} átomos de He contribuyen a la absorción y sólo 10^{-18} átomos son He en el 1er. estado excitado.

\Rightarrow Absorción de He despreciable en el Sol

\Rightarrow Fotoionización de He relevante en las estrellas más calientes (tipo O)

Opacidad de metales y moléculas

$Fe, C, Si, Mg, ..$ producen opacidad b-f relevante en el UV

$H_2, H_2^-, CN^-, C_2^-, H_2O^-, CH_3, TiO...$: importantes en estrellas de los últimos tipos espectrales (muy frías)

Scattering

Atomo se puede considerar un oscilador armónico amortiguado (aprox. clásica).

- Sección eficaz para un oscilador clásico:

$$\sigma(\nu) = \frac{8\pi e^4}{3m_e^2 c^4} \left[\frac{\nu^4}{(\nu^2 - \nu_0^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \right] \quad (14)$$

- ν_0 = frecuencia del oscilador sin amortiguamiento
- γ = cte. de amortiguamiento
- $\omega = 2\pi\nu$

1. Scattering Rayleigh: $\nu \ll \nu_0$, $\gamma \ll \nu_0$ (átomos y moléculas):

$$\sigma(\nu) = \frac{8\pi e^4}{3m_e^2 c^4} \frac{\nu^4}{\nu_0^4} = C \frac{\nu^4}{\nu_0^4} \propto \frac{1}{\lambda^4} \quad (15)$$

- Rayleigh scat. aumenta hacia el azul (λ s más cortas)
- *Luz del Sol dispersada por la atmósfera aumenta hacia el azul: Color del cielo*
- Relevante en atmósferas de estrellas tipo *GKM*

2. Scattering Thomson: $\nu_0 = 0$, $\gamma = 0$ (electrones libres)

$$\sigma(\nu) = \frac{8\pi e^4}{3m_e^2 c^4} = 6,65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad (16)$$

- Unica fuente de opacidad gris
- Importante en atmósferas de estrellas *OB*. Poco importante en el Sol.

Coeficiente de extinción total

$$\kappa_\nu = (1 - e^{-h\nu/kT}) \sum x_j (\kappa_j^{bb} + \kappa_j^{bf} + \kappa_j^{ff}) + \kappa^s \quad (17)$$

— $(1 - e^{-h\nu/kT})$ tiene en cuenta la emisión estimulada (fotón incidente estimula al electrón a des-excitarse y emitir un fotón de idéntica energía).

Influencia de la opacidad no gris

Para una S_λ lineal (Eddington-Barbier):

$$F_\lambda = S_\lambda(\tau_\lambda = 2/3) \quad (18)$$

– Caso gris: $\tau_\lambda = \tau \Rightarrow \tau_\lambda = 2/3$ siempre se refiere a la misma profundidad geométrica.

• En atmósferas estelares (opacidad función de λ) no ocurre esto:

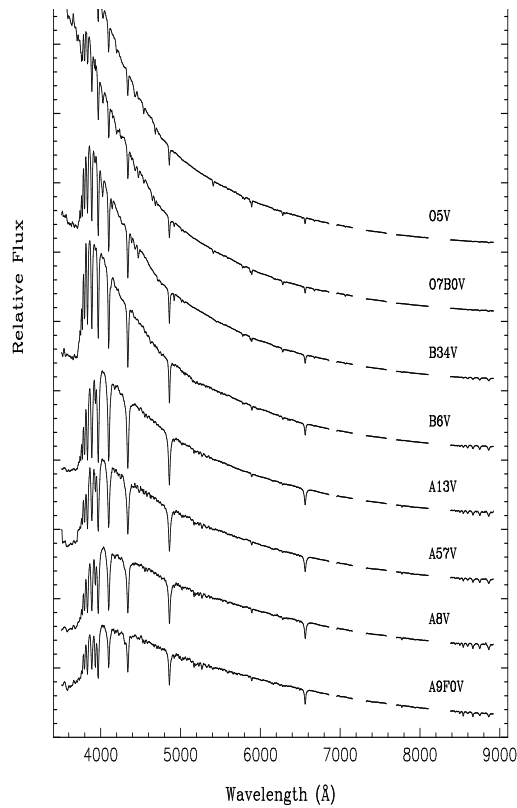


Figura 2: Espectro óptico de estrellas de primeros tipos espectrales

– Buen ejemplo: discontinuidad de Balmer.

Discontinuidad de Balmer

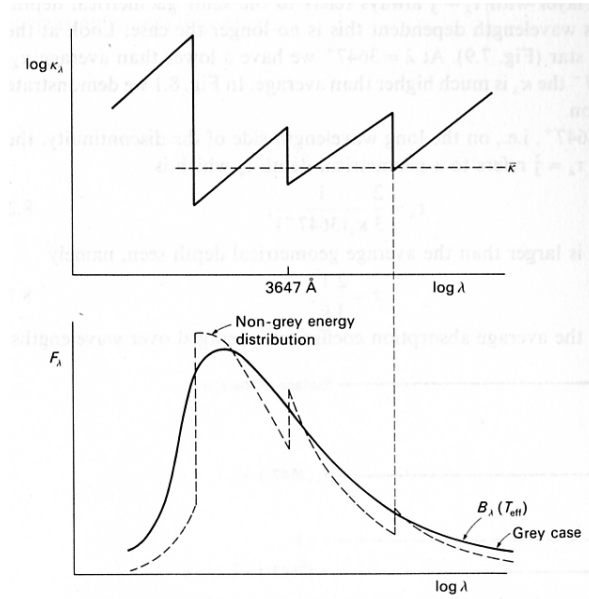


Figura 3: Discontinuidad de Balmer

- $\lambda = 3647^+$: κ_λ es menor que la media
- $\lambda = 3647^-$: κ_λ es mucho mayor que la media
- A $\lambda = 3647^+$, $\tau_\lambda = 2/3 \rightarrow$ profundidad geométrica mayor que la media:

$$s_\lambda = \frac{2}{3} \frac{1}{\kappa_\lambda(3647^+)} > s = \frac{2}{3} \frac{1}{\bar{\kappa}} \quad (19)$$

- Radiación procede de una capa más profunda
- S_λ y T mayores
- Hay más radiación en este λ que la correspondiente al caso gris
- Para $\lambda = 3647^-$ el resultado es el contrario: capas más altas, temperatura más baja.

Influencia de la discontinuidad de Balmer en los colores UBV

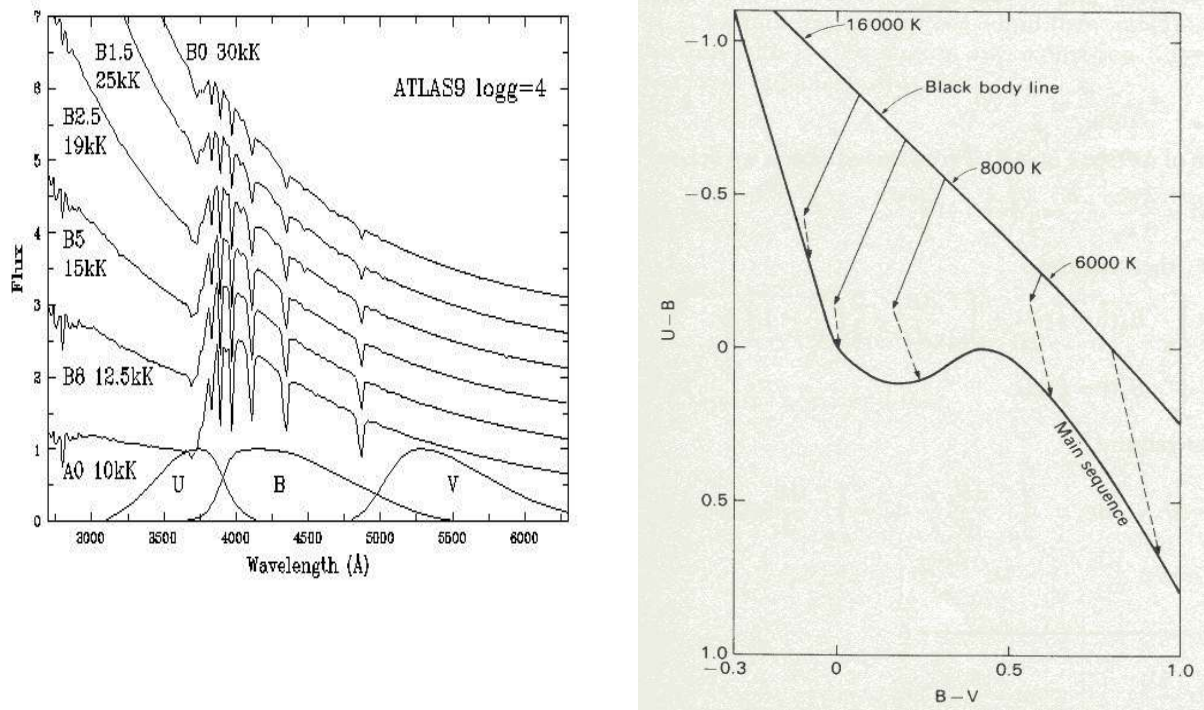


Figura 4: Colores UBV: discontinuidad de Balmer

- Filtro U : menos radiación que la correspondiente a la distribución de Planck (profundidad geométrica menor, T menor) \rightarrow color $U-B$ se vuelve más rojo.
- Analogamente: $B-V$ color se vuelve más azul
- En la figura de la derecha este efecto se indica con las flechas.
- Las líneas discontinuas reflejan la absorción de líneas, que hace todos los colores más rojos (más notable en los últimos tipos espectrales).

Influencia de la opacidad no gris en la estratificación de T

1. Absorción media de Rosseland

Hipótesis de partida:

– $T(s)$ gris es buena aproximación si se elige un valor apropiado de $\bar{\kappa}$ (y el correspondiente $\bar{\tau} \rightarrow$)

– Cuestión: Determinar $\bar{\kappa}$

• Condición: flujo emergente igual al caso gris, $\int_0^\infty F_\lambda d\lambda = 0$

$$S = B = \frac{3}{4\pi} F(\bar{\tau} + q(\bar{\tau})) \approx \frac{3}{4\pi} F(\bar{\tau} + \frac{2}{3}) \leftrightarrow F = \pi B(\bar{\tau} = 2/3) \quad (20)$$

• En la aproximación Eddington-Barbier (S_λ lineal):

$$F = \int_0^\infty F_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \pi S_\lambda(\tau_\lambda = 2/3) d\lambda = \int_0^\infty \pi B_\lambda(\bar{\tau} = 2/3) d\lambda \quad (21)$$

– Hay que justificar la 2. igualdad de la ecuación anterior, $\tau_\lambda \rightarrow \tau$ (21).

Suponemos una capa profunda de la atmósfera.

— Multiplicamos la ecuación de transporte por $\cos \theta$ e integramos en ángulos sólidos:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau_\lambda} \int_\Omega I_\lambda \cos^2 \theta d\Omega &= \int_\Omega I_\lambda \cos \theta d\Omega - \int_\Omega S_\lambda \cos \theta d\Omega \\ \frac{d}{d\tau_\lambda} K_\lambda &= \frac{1}{4\pi} F_\lambda \end{aligned} \quad (22)$$

(usando la definición de la integral K_λ , del flujo y S_λ independiente de Ω)

- En la aproximación de Eddington (campo de radiación isótropo):

$$K_\lambda = \frac{1}{3}J_\lambda \rightarrow \frac{d}{d\tau_\lambda} \frac{1}{3}J_\lambda = \frac{1}{4\pi}F_\lambda \quad (23)$$

- Campo isótropo ($I_\lambda = J_\lambda$) y capa profunda ($J_\lambda \approx B_\lambda$):

$$\frac{d}{d\tau_\lambda} B_\lambda = \frac{3}{4\pi} F_\lambda \quad (24)$$

$$F_\lambda = \frac{4\pi}{3} \frac{d}{d\tau_\lambda} B_\lambda \quad (25)$$

\Rightarrow *Relación importante entre el flujo y el gradiente de la función fuente*

– De la condición $F(\text{gris}) = \int_0^\infty F_\lambda d\lambda$:

$$\frac{3}{4\pi} \int_0^\infty F_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \frac{dB_\lambda}{d\tau_\lambda} d\lambda = \int_0^\infty \frac{dB_\lambda}{d\bar{\tau}} d\lambda \quad (\text{con } \frac{3}{4\pi}F = \frac{dB}{d\bar{\tau}}) \quad (26)$$

$$\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\lambda} \frac{dB_\lambda}{ds} d\lambda = \frac{1}{\bar{\kappa}} \int_0^\infty \frac{dB_\lambda}{ds} d\lambda \quad (27)$$

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\lambda} \frac{dB_\lambda}{ds} d\lambda}{\int_0^\infty \frac{dB_\lambda}{ds} d\lambda} \quad (28)$$

- Ecuación 28 da una valor promedio de la opacidad en función del gradiente de la función de Planck con la profundidad geométrica

– Usando:

$$\frac{dB_\lambda}{ds} = \frac{dB_\lambda}{dT} \frac{dT}{ds}$$

– Ecuación 28 queda:

$$\frac{1}{\overline{\kappa}} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\lambda} \frac{dB_\lambda}{dT} d\lambda}{\int_0^\infty \frac{dB_\lambda}{dT} d\lambda} \quad (29)$$

- $\overline{\kappa}$ es el coeficiente de absorción medio de Rosseland
- Es un coeficiente gris, que pesa la opacidad en la atmosfera.

2. Cambios en $T(\bar{\tau})$ en el caso no-gris

$\bar{\kappa}$ es tal que el flujo integrado es el mismo que el de una atmósfera no gris.

- En este caso:

$$T^4 = \frac{3}{4} T_e^4 (\bar{\tau}_R + q(\bar{\tau}_R)) \quad (30)$$

– Siendo $\bar{\tau}_R = \int_0^r \bar{\kappa}_R dr$

- Implicaciones interesantes. Ejemplos:

- *Enfriamiento superficial (surface cooling):*

- En la eq. de equilibrio radiativo:

$$\int_0^\infty \kappa_\lambda J_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \kappa_\lambda S_\lambda d\lambda \Rightarrow \int_0^\infty \kappa_\lambda B_\lambda d\lambda \quad (LTE) \quad (31)$$

- Si κ_λ varía fuertemente con $\lambda \rightarrow$ las integrales dominadas por las l.d.o con grandes κ_λ .

- ¿Qué ocurre con J_λ ?

- En la superficie $I_\lambda(\cos \theta) \sim B_\lambda(\tau_\lambda = \cos \theta)$.

- Con elevada $\kappa_\lambda \rightarrow I_\lambda$ procede de las capas más altas y es, por tanto, menor $\Rightarrow J_\lambda$ se hace menor $\Rightarrow B_\lambda$ se hace menor $\Rightarrow T$ disminuye en la superficie

■ *Retrocalentamiento (backwarming)*

- El espectro estelar posee muchas líneas.
- Si κ_λ es grande $\rightarrow I_\lambda$ decrece $\rightarrow F_\lambda$ decrece \Rightarrow Flujo total emergente es menor $\Rightarrow T_e$ es menor
- Si queremos obtener el flujo total real \rightarrow tenemos que obtener más flujo de las l.d.o. con κ_λ más pequeño entre las líneas (continuo) \Rightarrow hay que aumentar la T de la atmósfera (en las capas más profundas)

Sintetizando

- Una distribución modificada de temperaturas como la de la expresión 30 lleva a:

$$\int_0^\infty F_\lambda d\lambda = F = \sigma T_e'^4 (1 - \eta) \quad (32)$$

- Con η la fracción de energía absorbida por las líneas
- Por tanto:

$$T_e^4 = T_e'^4 (1 - \eta) \quad (33)$$

- Para el Sol: $\eta \sim 14\%$. En el continuo, la distribución de energía es ~ 6000 K, en lugar de los ~ 5880 K que corresponde a su temperatura efectiva.

Ejercicio

1. Estimar en las condiciones solares ($T_{\odot} = 6000\text{ K}$; $\log P_e = 1,3$), el número de átomos de SiI que absorben a $\lambda = 1600\text{ Å}$ y comparar con el número de HI absorbiendo a esa longitud de onda.

Nota: usar para esta estimación $u^+ = u$; $g_x = g$

Datos: $\chi_{ion}(Si) = 8,15\text{ eV}$. Abundancia de Si respecto de H: $[Si/H] = 4 \times 10^{-5}$.

– $\lambda = 1600\text{ Å}$ equivalen a 7.75 eV .

– Por tanto, todos los átomos de Si en niveles de energía con potenciales de excitación $8.15 - 7.75 = 0.4\text{ eV}$ pueden ser ionizados. SiI tiene muchos niveles de energía. Suponemos un nivel que tiene justo dicho potencial de excitación.

– Aplicando Boltzmann:

$$\log \frac{N_x}{N_o} = -0,4 \times \frac{5040}{6000} = -0,336$$

– Es decir, aproximadamente la mitad de los átomos de Si están excitados en el nivel x (notar que hemos supuesto que los pesos estadísticos son iguales).

– Por otra parte, la fracción de átomos neutros (Saha):

$$\log \frac{SiII}{SiI} = \log \frac{u^*}{u} + \log 2 + \frac{5}{2} \log T - \chi_{ion} \frac{5040}{6000} - \log P_e - 0,48 = 1,12$$

– Aproximadamente 1 de cada 13 átomos de Si está en estado neutro.

– La fracción de átomos de SiI en el estado de excitación x respecto al H es:

$$\frac{0,5}{13} 4 \times 10^{-5} = 1,54 \times 10^{-6}$$

Para que H absorba fotones con $\lambda = 1600\text{ Å}$ tenemos que estimar el número de átomos en el nivel $n = 2$ (Balmer, potencial de excitación = 10.2 eV . ($\chi_{ion} = 13,6\text{ eV}$).

– Aplicando Saha:

– Aplicando Saha:

$$\log \frac{HII}{HI} = -3,8 \rightarrow \frac{HII}{HI} = 1,74 \times 10^{-4}$$

– Sólo 1 de cada ≈ 5000 átomos está ionizado. Consideramos H es neutro en el Sol.

– Con Boltzmann:

$$\log \frac{HI(n=2)}{HI(n=1)} = \log 4 - 10,2 \times 5040/6000 = -8$$

– Sólo una fracción $\approx 10^{-8}$ átomos de H contribuyen a la opacidad al continuo.

– Comparando con SiI, vemos que este elemento contribuye significativamente más a la opacidad al continuo en esa longitud de onda (ultravioleta).