

Formación de líneas

Las líneas espectrales corresponden a transiciones entre los estados energéticos de los átomos o moléculas → Opacidad

Opacidad es función de los procesos físicos en el medio

La variación del coeficiente de absorción con la l.d.o. determina el perfil de las líneas

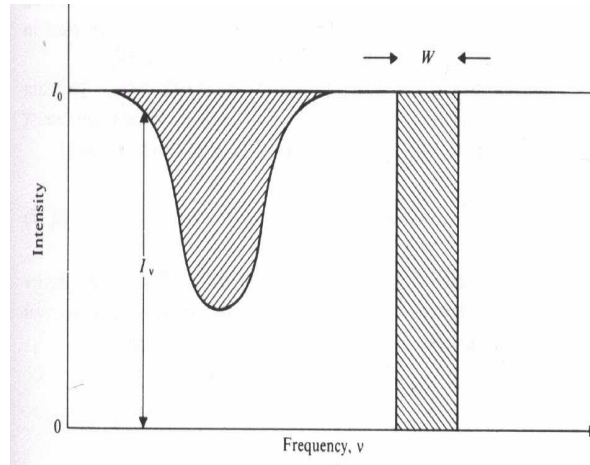


Figura 1: perfil de una línea y anchura equivalente

En la las líneas la opacidad es mayor que en el continuo → se forman en capas más altas, donde T y B es menor

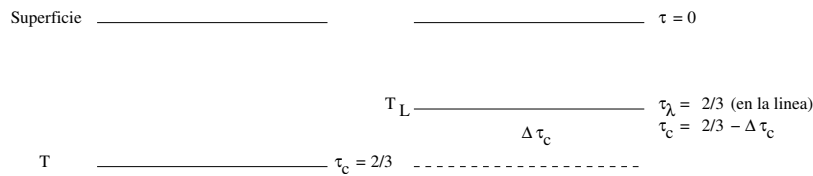


Figura 2: Líneas se forman en capas más altas que el continuo

Las distintas líneas de un elemento y las de las distintas especies se forman en distintas regiones de la atmósfera estelar.

Las alas (κ_λ menor) se forman a profundidades mayores que el núcleo (capas más frías).

Anchura equivalente de una línea

Profundidad de una línea a una λ :

$$R_\lambda = \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} = 1 - \frac{F_\lambda}{F_c} \quad (1)$$

– F_λ , F_c son los flujos en la línea y en el continuo, respectivamente.

Anchura equivalente (EW, W_λ): área total en la línea normalizada al continuo \Leftrightarrow anchura de un rectángulo cuya área es la de la línea.

$$W = \int_{\text{línea}} \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} d\lambda = \int_{\text{línea}} R_\lambda d\lambda \quad (2)$$

– EW se mide en Å. En el Sol, líneas intensas tienen $W_\lambda \approx 1$ Å. Valores típicos son décimas e incluso milésimas de Å.

FWHM (“Full Width Half Maximum”): anchura de la línea a la altura mitad.

Línea ópticamente delgada: la profundidad de la línea no alcanza el cero de intensidad.

Ensanchamiento de líneas

Cualquier proceso físico produce un ensanchamiento del perfil de las líneas. Procesos relevantes:

- Ensanchamiento natural
- Colisional (pressure)
- Doppler térmico
- Doppler rotacional
- Doppler por campos de velocidades

λ	Element	$W(\text{\AA})$	Name
4920.51	Fe I	0.43	
4957.61	Fe I	0.45	
5167.33	Mg I	0.65	b_4
5172.70	Mg I	1.26	b_2
5183.62	Mg I	1.58	b_1
5232.95	Fe I	0.35	
5269.55	Fe I	0.41	
5324.19	Fe I	0.32	
5238.05	Fe I	0.38	
5528.42	Mg I	0.29	
5889.97	Na I	0.63	D_2
5895.94	Na I	0.56	D_1
6122.23	Ca I	0.22	
6162.18	Ca I	0.22	
6562.81	H $_{\alpha}$	4.02	C
6867.19	O $_2$	tell	B
7593.70	O $_2$	tell	A
8194.84	Na I	0.30	
8498.06	Ca II	1.46	
8542.14	Ca II	3.67	
8662.17	Ca II	2.60	
8688.64	Fe I	0.27	
8736.04	Mg I	0.29	

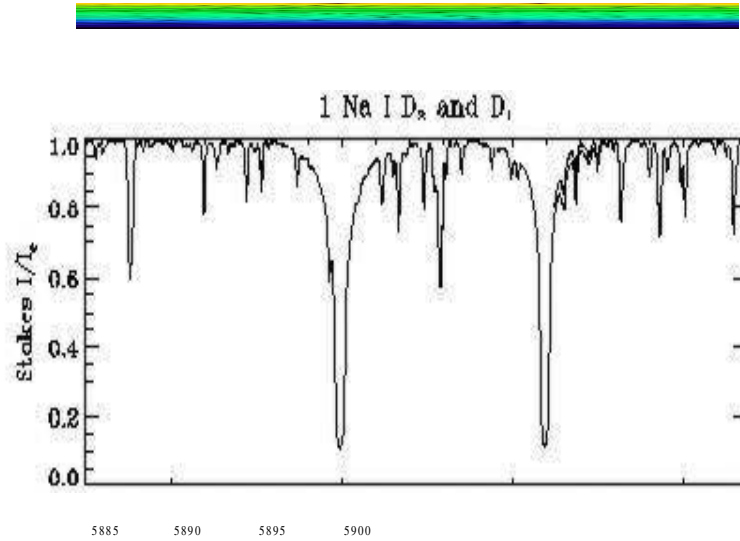


Figura 3: Anchuras equivalentes en el espectro solar

Ensanchamiento natural

- Vida media de los niveles atómicos relacionada con la probabilidad de transición espontánea hacia otro nivel inferior: *Probabilidad de transición espontánea de Einstein, A_{ij}* .

– Para $H\alpha$: $A_{ij} = 4,4 \times 10^7 s^{-1} \rightarrow N_i(t) = N_i(0)e^{-A_{ij}t}$

- Debido al principio de incertidumbre de Heisenberg, cada nivel energético tiene una determinada anchura natural. La probabilidad de transición entre dos niveles tiene una indeterminación que es el resultado de la convolución de los niveles involucrados.
- En la imagen clásica (electrón como oscilador armónico amortiguado) el coeficiente de absorción por átomo viene dado por:

$$\alpha = \frac{e^2}{mc} \frac{\gamma/4\pi}{\Delta\nu^2 + (\gamma/4\pi)^2} = \frac{e^2}{mc} \frac{\lambda^2}{c} \frac{\gamma\lambda^2/4\pi c}{\Delta\lambda^2 + (\gamma\lambda^2/4\pi c)} = \frac{2\pi e^2}{mc} \frac{\gamma/2}{\Delta\omega^2 + (\gamma/2)^2} \quad (3)$$

Constante de amortiguamiento.

$$\gamma = \frac{8\pi^2 e^2}{3m_e c^3} \nu_0^2 = \frac{8\pi^2 e^2}{3m_e c \lambda_0^2} \quad (s^{-1}) \quad (4)$$

– ν_0, λ_0 = centro de la línea

Ejemplo: Para la línea H_α : $\gamma \sim 5 \times 10^7 s^{-1}$ ($\approx 10^{-4} \text{\AA}$)

La ecuación (3):

$$\propto \frac{\gamma}{\Delta\omega^2 + (\gamma/2)^2} \quad (5)$$

– perfil de dispersión (perfil de amortiguamiento), función de Lorentz.

Tiene un máximo muy pronunciado

Su anchura mitad es (1/2 del valor máximo) es:

$$\Delta\nu_{1/2} = \gamma/2\pi ; \Delta\lambda_{1/2} = \frac{\lambda_0^2}{c} \Delta\nu_{1/2} = \frac{\lambda_0^2}{c} \frac{\gamma}{2\pi} = \frac{4\pi e^2}{3mc^2} \quad (6)$$

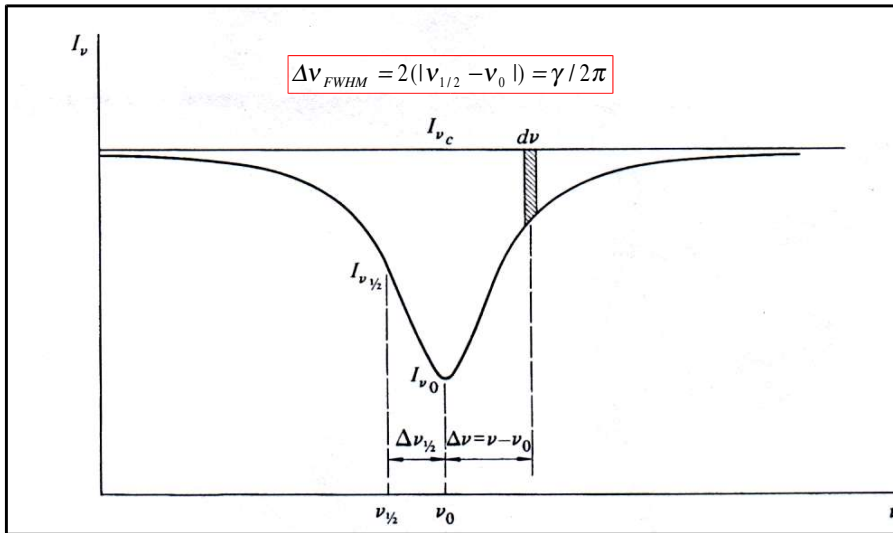


Figura 4: perfil de amortiguamiento. Función de lorentz

La anchura natural $\Delta\lambda = cte = 0.00012 \text{ \AA}$: independiente de la l.d.o.

• \Rightarrow Otros mecanismos de ensanchamiento

Fuerza del oscilador

Integrando en todo las frecuencias el coeficiente de absorción

$$\sigma_{total} = \int_0^\infty \alpha d\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c} \quad ; \quad \int_0^\infty \alpha d\lambda = \frac{\pi e^2}{m_e c} \frac{\lambda^2}{c} \quad (7)$$

- Energía por seg., por átomo y por estereoradian absorbida por toda la línea (es una “sección eficaz”)
- En la eq. derecha: valor único para todas las frecuencias
- Medidas reales dan valores menores y variando línea a línea.
- Tratamiento cuántico:

$$\sigma_{total} = \int_0^\infty \alpha d\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{ul} \quad (8)$$

- f_{ul} = fuerza del oscilador

Su relación con el coeficiente A de Einstein es:

$$f_{ul} = \frac{mc^3}{2\pi e^2 \nu^2} \frac{g_u}{g_l} A_{ul} = 1,884 \times 10^{-15} \lambda^2 \frac{g_u}{g_l} A_{ul} \quad (u = \text{nivel superior})$$

(λ en Å)

- f determinado en el laboratorio y en el espectro Solar.

Para el H :

$$f = \frac{2^5}{3^{3/2} \pi} \frac{g}{l^5 u^3} \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{u^2} \right)^{-3}$$

- g = factor de Gaunt b-b
- $H\alpha$ $f = 0.6407$; $H\beta = 0.1193$; $H\gamma = 0.0047$
- Mensaje: intensidades de las líneas relacionadas a sus f

Ensanchamiento Doppler térmico

Movimiento térmico de los átomos debido a la $T \rightarrow$ componente de la velocidad a lo largo de la línea de visión origina un desplazamiento Doppler

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v_r}{c} \quad (9)$$

La distribución de $\Delta\lambda$, $\Delta\nu \rightarrow$ ensanchamiento del perfil de la línea.

• N. de átomos, dN , con temperatura T en el intervalo de velocidades $v_r, v_r + dv_r$ (distribución de velocidades de Maxwell):

$$\frac{dN}{N} = \frac{1}{v_0\pi^{1/2}} e^{-(v_r/v_0)^2} dv_r \quad (10)$$

– con:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (11)$$

• El desplazamiento Doppler asociado con v_0 es:

$$\Delta\lambda_D = \frac{v_0}{c}\lambda = \frac{\lambda}{c}\left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2} = 4,301 \times 10^{-7} \lambda (T/\mu)^{1/2} \quad (12)$$

– m = masa del átomo

– μ = peso atómico en unidades de masa atómica

• La distribución de los $\Delta\lambda$ es entonces:

$$\frac{dN}{N} = \frac{1}{\pi^{1/2}\Delta\lambda_D} e^{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2} d(\Delta\lambda) \quad (13)$$

La función:

$$\phi(\lambda) = \frac{1}{\pi^{1/2} \Delta\lambda_D} e^{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2} \quad (14)$$

— es un perfil gaussiano, cuya FWHM ($\phi(\lambda) = \phi(\lambda_0)/2$) es:

$$\Delta\lambda_{1/2} = \Delta\lambda_D \sqrt{\ln 2} \quad (15)$$

$$(2 = e^{(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2} \leftrightarrow (\lambda - \lambda_0)^2 = \Delta\lambda_D^2 \ln 2)$$

El coeficiente monocromático de extinción será:

$$\sigma_\lambda = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m_e c} \frac{\lambda^2}{c} \frac{f}{\Delta\lambda_D} e^{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2} \quad (16)$$

■ Ejemplo: Sol, $\sim T = 6000K$

– $H_\alpha \sim 6560 \text{ \AA}$:

$$\Delta\lambda_D = 4,301 \times 10^{-7} \lambda (T/\mu)^{1/2} \approx 0,2 \text{ \AA} \leftrightarrow \Delta v_d \approx 10 \text{ km s}^{-1}$$

– Doblete de NaI, $\lambda \sim 5900 \text{ \AA}$:

$$\rightarrow \Delta\lambda_D \approx 0,04 \text{ \AA} \leftrightarrow \Delta v_d \approx 2 \text{ km s}^{-1}$$

Ensanchamiento Doppler mucho mayor que ensanchamiento natural (“damping”)

Ensanchamiento Doppler implica líneas metálicas más estrechas

Perfil de Voigt

- En general, hay que considerar ambos perfiles, Doppler y natural

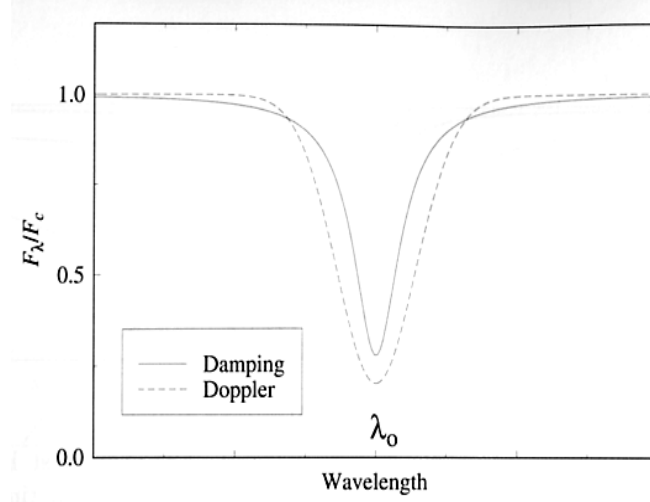


Figura 5: Perfiles natural y doppler

- Perfil natural es despreciable en el núcleo de la línea
- Doppler decrece rápidamente en las alas, mientras que el natural lo hace como $1/\Delta\lambda^2$
- El perfil combinado es una convolución de ambos: *Perfil de Voigt*
- Su forma depende de la razón de la anchura natural $\gamma/2$ y la anchura Doppler $\Delta\nu_D$ ($\alpha = \gamma/2\Delta\nu_d$).
- El coeficiente de absorción final es:

$$\sigma_\nu = \left\{ \frac{\sqrt{\pi}e^2}{m_e c} \frac{f}{\Delta\nu_D} e^{-(\Delta\nu/\Delta\nu_D)^2} \right\} * \left\{ \frac{\gamma/4\pi^2}{(\nu - \nu_o)^2 + (\gamma/4\pi)^2} \right\} \quad (17)$$

$$\sigma_\nu = \frac{\sqrt{\pi}e^2}{m_e c} \frac{f}{\Delta\nu_D} H(a, v) \quad (18)$$

– $H(a, v)$: función de Voigt), $a = (\lambda^2/4\pi c)(\gamma/\Delta\lambda_D)$; $v = \Delta\lambda/\Delta\lambda_D$

Ensanchamiento rotacional

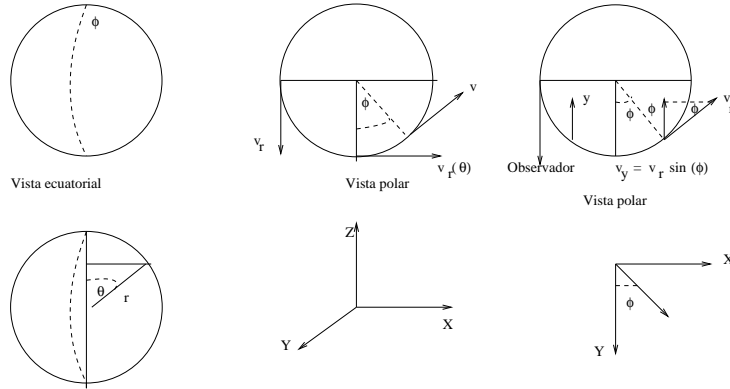


Figura 6: Geometría de estrellas en rotación

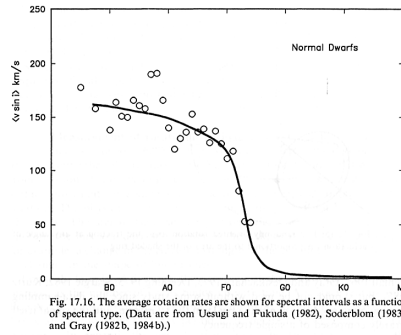
$$v_r(\theta) = v_{eq} \sin \theta \quad v_y = v_r(\theta) \sin \phi = v_{eq} \sin \theta \sin \phi \quad (19)$$

Rotación de la estrella

→ variación de la componente de la velocidad de rotación a lo largo de la línea de visión produce un ensanchamiento de la línea

Observaciones: Ensanchamiento rotacional multiplicado por inclinación del eje de rotación respecto a la línea de visión: $v_{rot} \sin i$

Perfil rotacional es elíptico



Ensanchamiento colisional

- Niveles de energía de átomos se pueden perturbar en una colisión (iones o átomos neutros)
- Cambios de energía es función de la separación y se puede aproximar por una ley de potencias:

$$\Delta E = \text{cte. } r^{-n} \quad (20)$$

- $n = 2$: Stark lineal (\propto campo eléctrico)
- $n = 4$: Stark cuadrático (\propto cuadrado del campo eléctrico)
- $n = 6$: Van der Waals (producido por átomos neutros)
- Perfil de ensanchamiento colisional similar al de amortiguamiento, pero con mayor γ (origina un acortamiento de la vida de los niveles).
- Se observa en las alas
- Importante en las líneas de H (debido al campo externo se rompe la degeneración de los niveles con número cuántico n).
- La degeneración crece como n^2 . Las líneas con mayores n llegan a solaparse
- Es proporcional al número de electrones libres (relacionado con el número de iones)
- **Relación de Inglis Teller:** Relación entre la densidad electrónica y el número cuántico principal del nivel superior de la última línea que se observa “separada”)

$$\log n_e = 23,26 - 7,5 \log n_u \quad (21)$$

(deducida de una teoría simplificada del ensanchamiento de las líneas de Balmer (Holtsmark))