

Capítulo 1

Descripción macroscópica del campo de radiación. Nociones básicas

1.1. Intensidad específica

Campo de radiación: fotones de distintas energías (λ, ν) propagándose en todas direcciones

• Suponemos dos elementos de superficie dA y dA_1 a lo largo de la dirección \mathbf{n} . dA ve dA_1 con el ángulo sólido:

$$d\Omega = \frac{dA_1}{r^2} = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

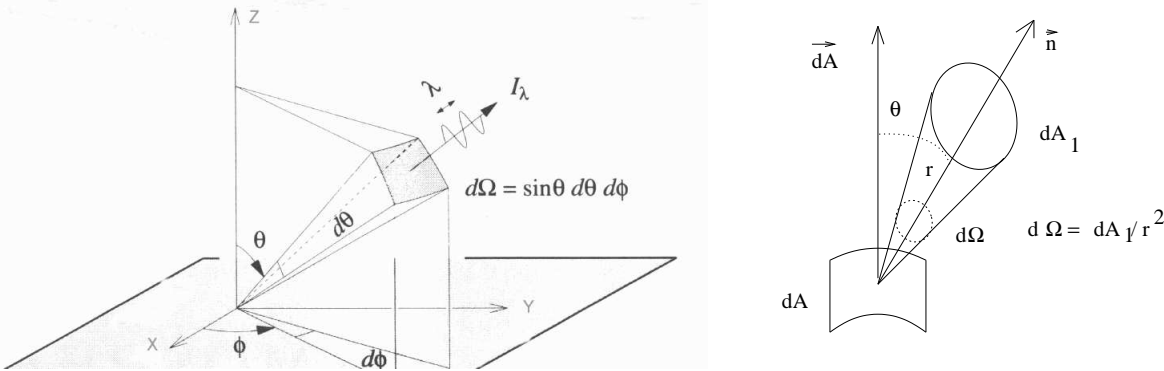


Figura 1.1: Campo de radiación

Intensidad específica (o monocromática) del campo de radiación, I_ν : energía que fluye a través de dA_1 procedente de dA en el tiempo dt y en el rango de frecuencias $d\nu$

$$dE_\nu = I_\nu \, dt \, d\nu \, dA \, d\Omega \, \cos \theta \quad (1.1)$$

- I_ν : función del punto, tiempo, dirección y frecuencia.
- I_ν : distribución en frecuencias del campo de radiación
- En radioastronomía se conoce como *brightness* (*brillo*)

– Intensidad específica se puede definir en función de la longitud de onda, λ . Se cumple:

$$I_{\lambda} d\lambda = I_{\nu} d\nu \quad : \quad I_{\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2} I_{\nu} \quad (1.2)$$

• Unidades:

$$I_{\nu} = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ ster}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$$

$$I_{\lambda} = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ ster}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$$

• I_{ν} e I_{λ} tienen distintas formas (distribución, dependencia funcional) para el mismo campo de radiación.

– Si $\lambda \uparrow \rightarrow \nu \downarrow$

– Para $\Delta\lambda = \text{cte.}$, los correspondientes $\Delta\nu \neq \text{cte.}$ a lo largo del espectro.

\Rightarrow Si $\lambda \uparrow$ y $\Delta\lambda = \text{cte.}$ (en la representación I_{λ}), los $\Delta\nu$ son cada vez más pequeños. Estos “ $\Delta\nu$ ” contienen menos energía que los $\Delta\nu = \text{cte.}$ para el caso de I_{ν} .

• En el caso del Sol:

$$\lambda_{\max} \sim 4500 \text{ Angstrom.} (I_{\lambda}) \quad ; \quad \lambda_{\max} \sim 8000 \text{ Angstrom.} (I_{\nu})$$

1.2. Densidad de energía radiativa

- El haz I_ν en dt recorre $dl = c dt$. Por tanto:

$$dE_\nu = \frac{I_\nu}{c} d\Omega d\nu \cos \theta dl dA \quad (1.3)$$

– $\cos \theta dl dA =$ volumen que atraviesa el haz en dt .

$$dE_\nu = \frac{I_\nu}{c} d\Omega d\nu dV \quad (1.4)$$

Densidad de energía específica (energía por unidad de volumen) integrada en ángulo sólido:

$$u_\nu d\nu = \int_\Omega \frac{dE_\nu}{dV} = \frac{1}{c} \int_\Omega I_\nu d\Omega d\nu \quad (1.5)$$

es decir:

$$u_\nu = \frac{1}{c} \int_\Omega I_\nu d\Omega \quad (1.6)$$

– $u_\nu =$ densidad de energía por Hz en el haz $I_\nu(\Omega)$.

- Unidades:

$$u_\nu = \text{erg cm}^{-3} \text{Hz}^{-1}$$

1.3. Intensidad media

Intensidad media: Valor medio de I_ν sobre todos los ángulos sólidos:

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} I_\nu(\Omega) d\Omega \quad (1.7)$$

- Campo isótropo: $I_\nu \neq I_\nu(\Omega)$:

$$J_\nu = I_\nu \quad (1.8)$$

$$u_\nu = \frac{J_\nu}{c} 4\pi \quad u_\nu = \frac{I_\nu}{c} 4\pi \quad (1.9)$$

1.4. Flujo de radiación

- Consideremos I_ν y dA . Flujo de energía procedente de todas las direcciones que atraviesa dA en dt en el intervalo de frecuencia $d\nu$ es:

$$F_\nu = \frac{\int_\Omega dE_\nu}{dA dt d\nu} = \int_\Omega I_\nu \cos \theta d\Omega \quad (1.10)$$

- Flujo procedente de $d\Omega$:

$$dF_\nu = I_\nu \cos \theta d\Omega \quad (1.11)$$

- Unidades:

$$\text{erg cm}^{-2} \text{sec}^{-1} \text{Hz}^{-1}$$

$$1 \text{ Jansky} = 1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$$

- F_ν = densidad de flujo ('flux density')

- Campo isótropo:

$$F_\nu = 0$$

- entra y sale la misma radiación de la superficie.
- F_ν es una “medida” de la anisotropía del campo.

1.4.1. Flujos entrante y saliente

- Suponemos una esfera y un punto en su superficie ($d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$):

$$F_\nu = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi I_\nu(\theta, \phi) \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (1.12)$$

Flujos entrante y saliente:

$$F_\nu = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} I_\nu \sin \theta \cos \theta d\theta + \int_0^{2\pi} d\phi \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi I_\nu \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (1.13)$$

$$F_\nu = F_\nu^+ - F_\nu^- \quad (1.14)$$

– F_ν^+ , F_ν^- = flujo que sale y entra a la esfera respectivamente.

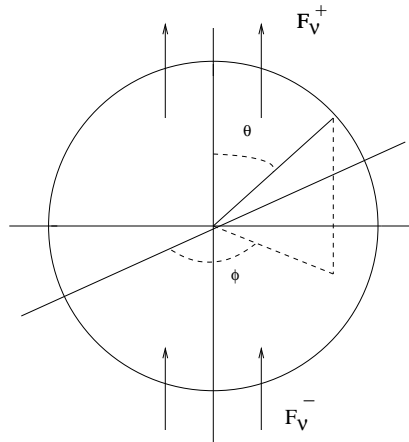


Figura 1.2: Flujo entrante y saliente

- Caso isótropo: $F_\nu = 0$

$$F_\nu^+ = F_\nu^- = I_\nu \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta \cos \theta d\theta = \pi I_\nu \quad (1.15)$$

- Esfera radiativa (estrella: $F_\nu^- = 0$) sin dependencia azimutal:

$$F_\nu = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} I_\nu \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (1.16)$$

– Ecuación básica para computar el espectro emergente de una estrella.

– Si además $I_\nu \neq I_\nu(\theta)$ (I_ν igual para cada hemisferio):

$$F_\nu = \pi I_\nu \quad (1.17)$$

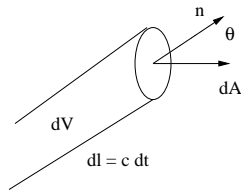
– Mismo resultado que caso isótropo

1.5. Presión de radiación

- La radiación electromagnética transporta un momento $p=E/c$ en la dirección de propagación del haz.
- Fotones con energía $h\nu$ tienen un momento:

$$p = \frac{h\nu}{c}$$

- En nuestro caso consideramos que hay una transferencia de momento a la superficie dA .



Presión de radiación: componente normal del momento por unidad de tiempo y área en el intervalo de frecuencias $\nu, \nu + d\nu$

$$dP_\nu = \frac{1}{c} \frac{dE_\nu}{dA dt} \cos \theta \quad (1.18)$$

- En términos de la intensidad específica:

$$dP_\nu = P_\nu d\nu d\Omega = \frac{I_\nu}{c} \cos^2 \theta d\nu d\Omega \quad (1.19)$$

- Integrado en ángulos sólidos:

$$P_\nu = \int_\Omega \frac{I_\nu}{c} \cos^2 \theta d\Omega \quad (1.20)$$

- Unidades: $\text{dynes cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$

Integral \mathcal{K}_ν

– Se define la integral \mathcal{K}_ν como:

$$\mathcal{K}_\nu = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} I_\nu \cos^2 \theta \, d\Omega \quad (1.21)$$

es decir:

$$P_\nu = \frac{4\pi}{c} \mathcal{K}_\nu \quad (1.22)$$

• Caso isótropo:

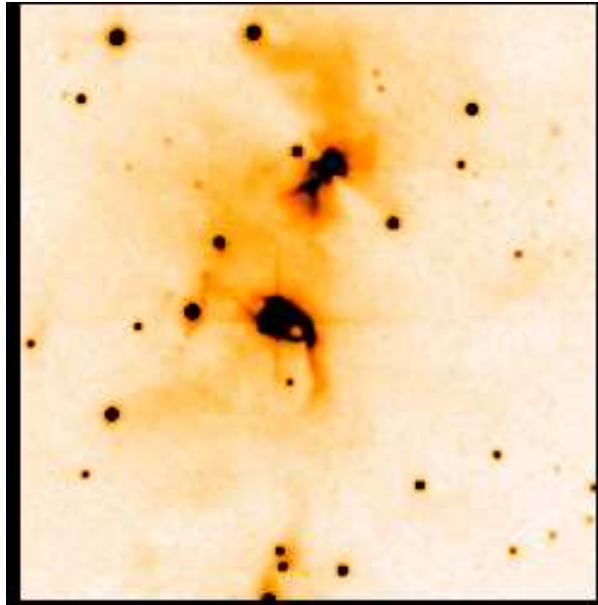
$$\int_{\Omega} \cos^2 \theta \, d\Omega = \frac{4\pi}{3}$$

$$\mathcal{K}_\nu = \frac{1}{3} I_\nu \quad ; \quad P_\nu = \frac{4\pi}{3c} I_\nu \quad ; \quad P_\nu = \frac{u_\nu}{3} \quad (1.23)$$

1.6. Algunos casos astrofísicos de interés

Las magnitudes que definen el campo de radiación son útiles en diferentes situaciones en Astrofísica. Algunos ejemplos no excluyentes:

- Objetos extensos: Sol, estrellas cercanas resueltas por interferometría, nebulosas, etc. \rightarrow se mide I_ν (se resuelve la superficie, i.e. “ dA ”)
- Objetos puntuales $\rightarrow F_\nu$



- Medio interestelar difuso $\rightarrow J_\nu, u_\nu$
- Interiores estelares, medio circunestelar $\rightarrow P_\nu$

1.7. Cuestiones y ejercicios

- Justificar: a) la intensidad específica de un haz de radiación es independiente de la distancia y b) el flujo varia con el inverso del cuadrado de la misma.
 a) Supongamos dos puntos cualesquiera en la dirección de propagación separados una distancia R y dA_1 y dA_2 dos secciones normales al haz en esos puntos. La energía transportada que pasa a través de los elementos de área se puede expresar como:

$$dE_1 = I_\nu(1)dA_1 dt d\Omega_1 d\nu_1$$

$$dE_2 = I_\nu(2)dA_2 dt d\Omega_2 d\nu_2$$

$$- d\Omega_1 = \frac{dA_2}{R^2}, d\Omega_2 = \frac{dA_1}{R^2}$$

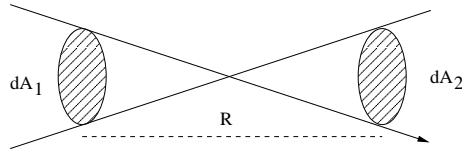


Figura 1.3: La intensidad permanece constante

- Cómo $d\nu_1 = d\nu_2$ y $dE_1 = dE_2$ (energía se conserva):

$$I_\nu(1) = I_\nu(2) \Rightarrow I_\nu = cte. \leftrightarrow \frac{dI_\nu}{ds} = 0$$

- Flujo: la energía por unidad de área y tiempo.

$$dE = F dA dt$$

- Consideramos dos superficies esféricas S_1 y S de radios r_1 y r alrededor de una fuente de radiación. La energía que atraviesa ambas superficies es la misma. Por tanto:

$$F(r_1)4\pi r_1^2 = F(r)4\pi r^2$$

$$F(r) = \frac{F(r_1)r_1^2}{r^2}$$

- Si consideramos S_1 una superficie de referencia:

$$F = \frac{cte}{r^2}$$

2. Justificar (cualitativamente) que medimos: a) la intensidad cuando se resuelve la superficie radiante, b) el flujo en caso contrario.

a) Supongamos una fuente extensa a una distancia r que se focaliza a través de un sistema óptico (es decir, nuestro telescopio).

Sea A_d el elemento de resolución espacial de nuestro detector (p.e. pixel de un CCD, grano de una emulsión fotográfica, fotomultiplicador con ese área de fotocátodo, etc.). A_d corresponde a la imagen del área A_s de nuestra fuente.

- El ángulo sólido que "ve" A_d es:

$$A_s/r^2$$

- Claramente estamos midiendo I_ν ya que el detector detecta radiación procedente de un ángulo sólido (de un elemento de superficie de la fuente).

b) Si r aumenta, la fuente disminuye su tamaño pero A_d sigue estando completamente iluminada.

- Al aumentar r llega un instante en que la superficie de toda la fuente subtiende un ángulo sólido que se enfoca en un área igual o menor que A_d . Cuando esto ocurre la fuente no se resuelve espacialmente y pasamos a medir flujo.

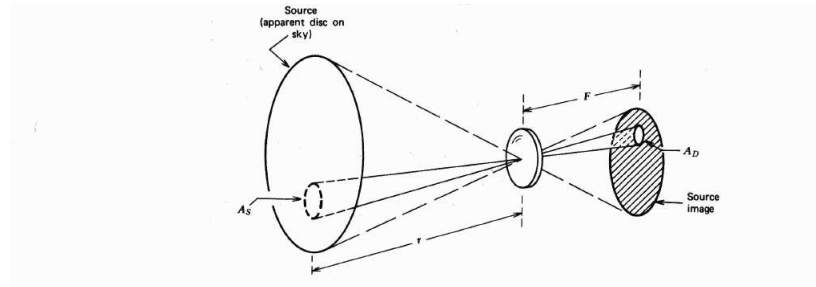


Figura 1.4:

3. Una cámara consiste de una pequeña apertura de diámetro d a una distancia L del plano de la película (ver figura). Mostrar que el flujo F_ν en el plano de la película depende de la intensidad $I_\nu(\theta, \Phi)$ de la forma:

$$F_\nu \approx \frac{\pi \cos^4 \theta}{4f^2} I_\nu(\theta, \Phi)$$

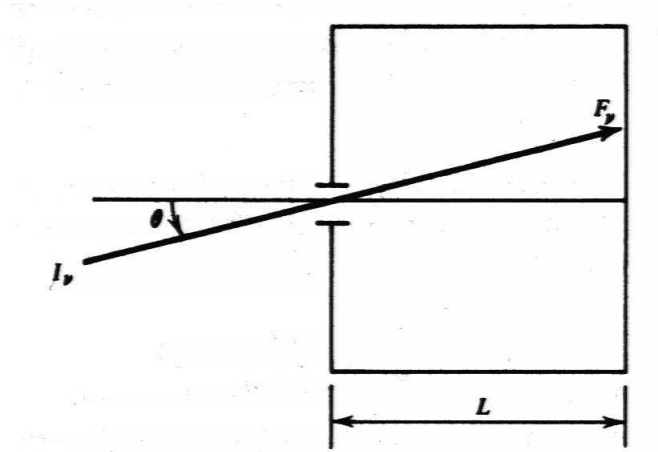


Figura 1.5:

- El flujo en el plano es:

$$F_\nu = \int I_\nu \cos \theta d\Omega \approx I_\nu \cos \theta \Delta\Omega$$

- ($\Delta\Omega$ es muy pequeño).
- Por otra parte:

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta A \cos \theta}{r^2} = \frac{\Delta A \cos \theta}{L^2 / \cos^2 \theta} = \pi \frac{d^2 \cos^3 \theta}{2^2 L^2}$$

- $\Delta A = \pi(d/2)^2$ y $r = L / \cos \theta$.
- Llamando $f = L/d$, se deduce el resultado pedido.

1.8. Referencias

- Cap. 2, apartado 2.1, Rutten
- Cap. 5, apartado 5.2, Bowers & Deeming
- Cap. 9, Carroll & Ostlie,
- Cap. 5, Gray
- Cap. 4.1, Scheffler & Elsässer
- Cap. 1, apartado 1.2, 1.3, Rybicki & Lightman