

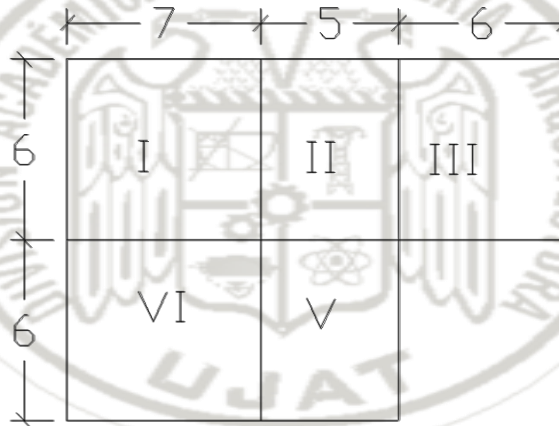


Fig. 1.0 Planta de losa de azotea (s/e acota. m)

Ejemplo de diseño de losa maciza NTC 2004

Supongamos la planta de losa anterior, en ella se muestran cinco tableros de forma rectangular, hay dos parejas de tableros simétricos (I con IV y II con V).

La losa se apoyara en vigas de concreto, lo que convierte nuestro sistema losa - vigas en un sistema monolítico.

Referencia

Sistema monolítico: se refiere a elementos que están diseñados con la misma clase de material, para este ejemplo se utilizara concreto para la losa y para los apoyos (vigas).

Sistema no monolítico: en este sistema la losa es de concreto y los apoyos son de otro material, por lo general son apoyos de acero (vigas de acero) en un caso muy remoto vigas de madera u otro material que pueda considerarse suficientemente resistente para soportar las cargas que las losas le puedan administrar, durante la etapa de servicio.

Características de nuestros materiales:

Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Concreto $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$

Densidad del concreto 2400 kg/m^3

Densidad del mortero (cemento - arena) $= 1800 \text{ kg/m}^3$

Nota: Para este ejemplo, Sobre la losa no existe carga puntual alguna, tampoco existe algún muro de separación que se tenga que tomar en cuenta para el diseño.

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



De los cinco tableros se selecciona el que se considere más crítico, y este rige para el diseño de todos los tableros.

Haciendo un pequeño análisis, nos daremos cuenta que existen dos tablero que se pueden considerar críticos el tablero I y el IV, los cuales son simétricos, cuentan con la misma área ($42m^2$), y con la misma clasificación de acuerdo a las NTC RCDF 2004 tipo de tablero “tablero de esquina con lados adyacentes discontinuos”, por lo tanto cualquiera de los dos servirá para realizar el diseño, por orden ascendente tomaremos para nuestro diseño el tablero I.

Referencia

La clasificación de tableros la podemos encontrar en las **NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO 2004**, pág. 142 como la tabla 6.1 coeficientes de momentos flexionantes para tableros rectangulares, franjas centrales. O bien en el capítulo 17 del libro **ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL CONCRETO REFORZADO**, González cuevas, robles Fernández †, pág. 577 limusa, noriega editores.

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I ²	II ³	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II

Fig. 2.0 encabezado de tabla de momentos flexionantes

Descripción de la tabla:

La celda tablero: refiere a la clasificación de tableros de acuerdo a las NTC 2004 De esquina dos lados adyacentes discontinuos (nuestro caso en particular)

La celda momento: se indica la ubicación del momento dentro del tablero.

La celda claro: indica la dirección del momento puede ser hacia el claro largo o hacia el claro corto. *a1 es el lado corto y a2 es el lado largo*

La celda relación $m = a_1/a_2$, tiene unos valores que van del 0 al 1, y dos opciones I y II, cuando nosotros dividimos el claro corto entre el claro largo obtenemos una fracción, para este ejemplo seria $m = 6/7 = 0.857 \approx 0.86$, las normas técnicas no contemplan esta relación por lo tanto habrá que interpolar entre 0.8 y 0.9 para obtener nuestros coeficientes de momentos.

Las opciones I y II es para determinar si se trata de apoyos monolíticos o no monolíticos, nuestro sistema se supone monolítico, por lo tanto se toman en cuenta los coeficientes de la opción I.

Nota: antes que nada revisar la relación a_2/a_1 la cual tiene que ser menor a dos para considerar que la losa se puede diseñar por este método. Una relación menor a dos indica que la losa trabaja en dos direcciones es decir la losa necesita acero de refuerzo en los dos sentidos, una relación mayor a dos indica que la losa trabaja en una dirección y por lo tanto la losa solo necesita acero de refuerzo en sentido perpendicular al lado largo.

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



Tomando en cuenta la nota revisamos nuestra relación de claro largo a claro corto, para poder saber si nuestro sistema trabaja en dos direcciones.

$a_2/a_1 = 7/6 = 1.166$ nuestro sistema de losa trabaja en dos direcciones, por lo tanto podemos continuar con este método de diseño. Si la relación hubiese sido mayor a dos se estaría hablando de losa en una dirección y se tendría que trabajar con otro método de diseño.

También hay que tomar en cuenta:

- A. Los momentos en borde común no deben de diferir en más del 50% en el menor de ellos.
- B. La relación carga viva a carga muerta no es mayor que 2.5 veces.
- C. Debe ser un tablero aproximadamente rectangular

El tablero tomado para el diseño es el tablero I es simétrico con el tablero IV por lo tanto tiene la misma magnitud de momentos en sus lados adyacentes y con respecto al tablero II las dimensiones son diferentes por lo que se debe analizar el momento en borde común. Lo cual haremos más adelante.

Referencia

Para relaciones claro corto a claro largo mayores a 0.5, las franjas centrales tienen un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas y cada franja extrema un ancho igual a la cuarta parte del mismo.

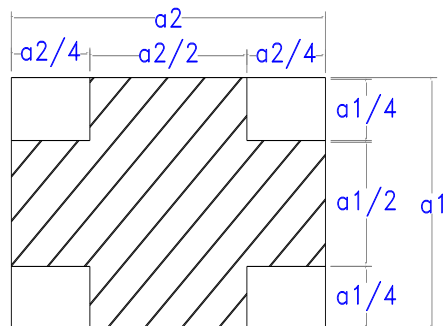


Fig. 3.0 esquema de distribución de franjas en los tableros para $m > 0.5$

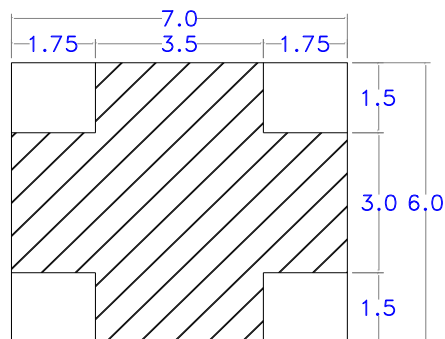


Fig. 4.0 esquema del tablero I



Peralte mínimo

Referencia

El cálculo de las deflexiones puede omitirse si el peralte efectivo de la losa es por lo menos igual al perímetro del tablero dividido entre 250 para concreto clase 1 y 170 para concreto clase 2.

De acuerdo a las NTC:

Concreto clase 1 $\geq 250 \text{ kg/cm}^2$

Concreto clase 1 $< 250 \text{ kg/cm}^2$ pero no $< 200 \text{ kg/cm}^2$

Los lados discontinuos deben incrementarse en un 25 % cuando los apoyos sean monolíticos, y en un 50 % si no lo son.

En losas alargadas no es necesario tomar un peralte mayor que el que corresponde a un tablero con $a_2 = 2a_1$.

También es necesario tomar en cuenta que:

$$f_s \leq 2520 \text{ kg/cm}^2$$

$$w \leq 380 \text{ kg/cm}^2$$

Para otras combinaciones de f_s y w el peralte se obtiene con:

$$0.032 \sqrt[4]{f_s * w} = \text{factor de corrección del perímetro}$$

f_s = esfuerzo del acero en condiciones de servicio en kg/cm^2

$$f_s = 0.6 f_y$$

w = carga en condiciones de servicio en kg/m^2

Nota: el f_s y el w tiene que estar en las unidades indicadas, el factor de corrección del perímetro es un valor unidimensional es decir sin unidades.

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



Acero mínimo

Con respecto al acero mínimo las NTC 2004 indican que se debe aplicar la siguiente fórmula:

$$As = \frac{66000h}{fy(h + 100)}$$

Donde:

h= peralte total de la losa.

Pero por simplicidad se recomienda usar:

Para losas protegidas una cuantía de acero $\rho_{\min}=0.002$

Y para losas expuestas una cuantía de acero $\rho_{\min}=0.003$

Esta cuantía ha de multiplicarse por el área transversal unitaria de la losa, para obtener el área total de acero de refuerzo por unidad de ancho unitario.

$$As = \rho_{\min} bd$$

Donde:

b = ancho unitario de 1 m (100 cm)

d = peralte efectivo de la losa en cm

La separación de la varilla (barras) de acuerdo con las NTC 2004 no debe exceder las distancia de 50 cm o' 3.5h, excepto en la proximidad de cargas concentradas superiores a una tonelada donde la separación máxima de la varillas será de 2.5d



Cargas a considerar:

γ = peso específico = densidad = peso volumétrico

γ mortero (cemento – arena) = 1800 kg/m³

γ concreto (cemento arena- grava) = 2400 (kg/m²)

	espesor(m)	$\gamma(\text{kg/m}^3)$	peso(kg/m^2)
entortado de 2 cm	0.02	1800	36
aplanado de 1.5 cm	0.015	1800	27
losa 10 cm (propuesto)	0.1	2400	240
reglamento			40
impermeabilizante			10
carga muerta total			353
carga viva (chechar reglamento)			100
carga de servicio inicial (csi)			453

Tabla 1.0 cargas a considerar sobre la losa

Tomando en cuenta la recomendación de la pagina 3, verificamos que nuestra relación carga viva a carga muerta no sea mayor a 2.5, para poder continuar con este metodo.

$$Cm/cv = 353/100 = 0.28 \quad 0.28 \ll 2.5 \text{ por lo tanto seguimos con el metodo}$$

Descripción de la tabla:

La celda reglamento, especifica la carga adicional que se debe considerar para pisos de concreto, las NTC consideran 40 kg/m² para esta condición.

La celda carga viva, indica la carga viva que se debe considerar de acuerdo al uso del inmueble, y condición de servicio, para este ejemplo se trata de una losa de azotea de oficinas por lo que se considera una carga de 100 kg/m².

La celda carga de servicio inicial indica la sumatoria de carga muerta mas carga muerta, para un espesor de losa de 10 cm, teniendo presente que esta carga deberá de cambiarse si en al análisis de peralte mínimo obtenemos otro resultado.

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



Calculo del peralte.

$$f_s = 0.6 f_y$$

$$f_s = 0.6 * 4200 \text{ kg/cm}^2 = 2520 \text{ kg/cm}^2$$

$$w = 453 \text{ kg/m}^2$$

Revisando las condiciones de la pág. 4 que indican:

Que f_s debe ser $\leq 2520 \text{ kg/cm}^2$ y la carga de servicio $w \leq 380 \text{ kg/cm}^2$ nos damos cuenta que para f_s si se cumple, pero para carga de servicio no, por lo tanto se tiene que corregir el perímetro, antes de continuar con el análisis y diseño de la losa.

Corrección del perímetro

$$P = a_1 + a_2 + 1.25 (a_1 + a_2)$$

El 1.25 representa el aumento del 25% para lados discontinuos, para sistemas monolíticos. El perímetro tiene que estar en cm.

$$p = (600 + 700 + 1.25 (600 + 700)) \text{ cm}$$

$$p = 2925 \text{ cm}$$

Factor de corrección del perímetro:

$$0.032 \sqrt[4]{2520 * 453} = 1.045 = \text{factor de corrección.}$$

Hay que recordar que f_s tiene que estar en kg/cm^2 y w en kg/m^2 y que el resultado es un factor unidimensional.

Perímetro corregido:

Factor de corrección * p

$$1.045 * 2925 = 3056.625$$

$$\text{Peralte efectivo mínimo} = \frac{3056.625}{250} = 12.226 \text{ subimos a } 13$$

$$h = 13 + 2 = 15 \text{ proponer una losa de } 15 \text{ cm}$$

Donde:

h es el peralte efectivo de losa con dos centímetros de recubrimiento.

El 250 responde a la referencia de concreto clase 1. Pág. 4

Nota: es recomendable aumentar el peralte mínimo a múltiplos de 5 jamás reducirlo. Puesto que este se considera como peralte tentativo mínimo ó bien quedarse con el peralte calculado, siempre y cuando se tenga una supervisión adecuada para evitar la variación de este peralte durante la etapa de construcción.

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



Como el peralte de la losa cambio, también lo hará la carga muerta y por lo tanto la carga de servicio final que se deberá utilizar para el diseño de la losa quedando las cargas finales de la siguiente manera:

	espesor(m)	$\gamma(\text{kg/m}^3)$	peso(kg/m^2)
entortado de 2 cm	0.02	1800	36
aplanado de 1.5 cm	0.015	1800	27
losa 10 cm (propuesto)	0.15	2400	360
reglamento			40
impermeabilizante			10
carga muerta total			473

carga viva	100
carga de servicio final(cm + cv)	573
carga factorizada = $1.4(\text{cm} + \text{cv})$	802.2

Tabla 2.0 Cargas finales

Para el desarrollo de esta losa no se consideraron ancho de los apoyos, por lo que nuestra relación de claro corto a claro largo $m = a_1/a_2 = 0.86$

La relación 0.86 no se encuentra en la tabla de coeficientes por lo que debemos de interpolar para encontrar los coeficientes de momentos de diseño entre 0.8 y 0.9

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I ²	II ³	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
De esquina Dos lados adyacentes discontinuos	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364
		largo	600	713	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364
	Neg. en borde discontinuos	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0
		largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
	Positivo	corto	751	912	358	416	306	354	259	298	216	247	176	199	137	153
		largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	153

Tabla 3.0 momentos flexionantes para nuestro ejemplo

Para nuestra relación tomamos los siguientes valores

	0.8 caso I	0.9 caso I
negativo	419	371
negativo	394	360
negativo	250	219
negativo	222	206
positivo	216	176
positivo	140	138

Tabla 4.0 valores para interpolar y obtener coeficientes para 0.86

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



A continuación dos formulas prácticas para interpolar y de esta manera encontrar muy rápido los valores que necesitamos para seguir con nuestro análisis y diseño.

Supongamos lo siguiente:

a	b	c
t	x	ñ

Las letras son valores conocidos, en este caso a, b y c corresponden a 0.8, 0.86 y 0.9 respectivamente, d y e son los coeficientes asignados para esa relación.

Formula A:

$$\left[\frac{(\tilde{n} - t)}{(c - a)} * (b - a) \right] - t$$

Formula B:

$$\left[\frac{(t - \tilde{n})}{(c - a)} * (c - b) \right] + \tilde{n}$$

Interpolando con la formula A:

$$\begin{aligned} \left[\frac{(371 - 419)}{(0.9 - 0.8)} * (0.86 - 0.8) \right] - 419 &= 390.2 \\ \left[\frac{(360 - 394)}{(0.9 - 0.8)} * (0.86 - 0.8) \right] - 394 &= 373.6 \\ \left[\frac{(219 - 250)}{(0.9 - 0.8)} * (0.86 - 0.8) \right] - 250 &= 231.4 \\ \left[\frac{(206 - 222)}{(0.9 - 0.8)} * (0.86 - 0.8) \right] - 222 &= 212.4 \\ \left[\frac{(176 - 216)}{(0.9 - 0.8)} * (0.86 - 0.8) \right] - 216 &= 192 \\ \left[\frac{(138 - 140)}{(0.9 - 0.8)} * (0.86 - 0.8) \right] - 140 &= 138.8 \end{aligned}$$

Y de esta manera encontramos nuestros valores para el diseño, a continuación aplicaremos la formula B para demostrar que se llega al mismo resultado:

Interpolando con la formula B:

$$\begin{aligned} \left[\frac{(419 - 371)}{(0.9 - 0.8)} * (0.9 - 0.86) \right] + 371 &= 390.2 \\ \left[\frac{(394 - 360)}{(0.9 - 0.8)} * (0.9 - 0.86) \right] + 360 &= 373.6 \end{aligned}$$

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



$$\left[\frac{(250 - 219)}{(0.9 - 0.8)} * (0.9 - 0.86) \right] + 219 = 231.4$$

$$\left[\frac{(222 - 206)}{(0.9 - 0.8)} * (0.9 - 0.86) \right] + 206 = 212.4$$

$$\left[\frac{(216 - 176)}{(0.9 - 0.8)} * (0.9 - 0.86) \right] + 176 = 192$$

$$\left[\frac{(140 - 138)}{(0.9 - 0.8)} * (0.9 - 0.86) \right] + 138 = 138.8$$

esquina lados adyacentes discontinuos	neg. Bordes interiores	corto	390
		largo	374
	neg. Bordes discontinuos	corto	231
		largo	212
	positivos	corto	192
		largo	139

Tabla 5.0 resumen de nuestros coeficientes de momento flexionantes

Los coeficientes de diseño se cerraron a números pares para facilitar el cálculo, siempre respetando lo que indica la nota de la parte inferior de esta hoja.

Calculo del producto base

El “producto base” es un factor determinado por las normas técnicas el consiste en lo siguientes:

$$10^{-4} w_u a_1^2 = P_b = \text{producto base (aunque puede tener otro adjetivo)}$$

Donde:

W_u = carga factorizada

a_1 = es el claro ó lado corto elevado al cuadrado

$$10^{-4} = 0.0001$$

$$\text{Nuestro } P_b = 0.0001 * 802.2 \text{ kg/m}^2 * (6\text{m})^2 = 2.888 \text{ kg-m} \quad \text{“Ojo” el resultado en unidades kg – m}$$

Nota: cuando se diseña por el método de las NTC 2004, los coeficientes de momentos positivos se pueden incrementar y los negativos reducir en igual cantidad o viceversa, pero ningún valor puede reducirse en más del 33% del valor consignado en la tabla o del producto interpolado.

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



Calculo del término $F_r b d^2 f''_c$

Donde:

$$f''_c = f'_c * 0.8 * 0.85 = 250 \text{ kg/cm}^2 * 0.8 * 0.85 = 170 \text{ kg/cm}^2$$

d= peralte efectivo (*pueden manejarse dos, uno para acero positivo y uno para acero negativo*)

b= ancho efectivo unitario por metro lineal (100cm)

F_r = factor de reducción

F_r = factor de reducción. Para este caso como se trata de un sistema que se está diseñando por flexión de acuerdo a las normas el factor es 0.9

Referencia.

De acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones, las resistencias deben afectarse por un factor de reducción, F_r . Con las excepciones indicadas en el texto de estas Normas, los factores de resistencia tendrán los valores siguientes:

- a) $F_r=0.9$ para flexión.
- b) $F_r=0.8$ para cortante y torsión.
- c) $F_r=0.7$ para transmisión de flexión y cortante en losas o zapatas.

Pág. 105 NTC PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION PARA ESTRUCTURAS DE CONCRETO 2004

Las NTC indican que se deben de calcular dos factores $F_r b d^2 f''_c$, uno reduciendo el peralte efectivo en dos centímetros para calcular el acero en el lecho superior en losas de espesor menor ó igual a 20 centímetros, cuando no se tienen las precauciones especiales en la construcción para evitar la variación de dicho peralte, y el segundo tomando en cuenta todo el peralte efectivo. (*En la práctica es común que solo se calcule este último*).

$$F_r b d^2 f''_c \text{ (acero positivo)} = 0.9 * 100 \text{ cm} * (13 \text{ cm})^2 * 170 \text{ kg/cm}^2 = 25.857 \text{ E5 kg/cm}$$

$$F_r b d^2 f''_c \text{ (acero negativo)} = 0.9 * 100 \text{ cm} * (11 \text{ cm})^2 * 170 \text{ kg/cm}^2 = 18.513 \text{ E5 kg/cm}$$

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



Calculo del **Mí ó Mu** (momentos flexionantes de diseño)

La relación **Mí ó Mu** dependiendo de la nomenclatura del autor, es la multiplicación del producto base con los coeficientes de momento.

$$Mí = (Pb * coeficientes)$$

coeficientes	Pb	Mí
	kg/m	kg/m/m
390	2.888	1126.32
374	2.888	1080.11
231	2.888	667.13
212	2.888	612.26
192	2.888	554.50
139	2.888	401.43

Tabla 6.0 valores de **Mí**

Calculo del factor Q

El factor **Q** es la relación de **Mí** entre el factor **Frbd²f''c**, hay que recordar que nosotros tenemos dos factores para **Frbd²f''c**.

Mí debe ser convertido a ton/cm para lo cual hay que multiplicarlo por 100.

$$Q = \frac{Mí * 100}{Frbd^2 f''c}$$

Mí	Mí*100	Frbd²f''c		Q = (Mí*100 / Frbd²f''c)
kg/m/m	kg/cm/m	kg/cm	posicion	
1126.32	112632	1851300	negativo	0.06083941
1080.11	108011.2	1851300	negativo	0.058343434
667.13	66712.8	1851300	negativo	0.036035651
612.26	61225.6	1851300	negativo	0.033071679
554.50	55449.6	2585700	positivo	0.021444715
401.43	40143.2	2585700	positivo	0.01552508

Tabla 7.0 valores obtenidos del factor Q respetando el acero positivo y el acero negativo



M_i	$M_i \cdot 100$	$F_{rbd}^2 f''c$		$Q = (M_i \cdot 100 / F_{rbd}^2 f''c)$
kg/m/m	kg/cm/m	kg/cm	posición	
1126.32	112632	2585700	positivo	0.043559578
1080.11	108011.2	2585700	positivo	0.041772518
667.13	66712.8	2585700	positivo	0.025800673
612.26	61225.6	2585700	positivo	0.02367854
554.50	55449.6	2585700	positivo	0.021444715
401.43	40143.2	2585700	positivo	0.01552508

Tabla 8.0 valores obtenidos del factor Q tomando en cuenta solo acero positivo como referencia

Referencia

Explicación de las tablas 7.0 y 8.0:

Estas tablas se las presento haciendo referencia a lo planteado en la pág. 11 donde se exponen dos valores de $F_{rbd}^2 f''c$, uno para el acero positivo y otro para el negativo, si se tomara en cuenta la recomendación de las NTC se trabajaría con los valores de la tabla 7.0, mas sin embargo en la práctica diaria la mayoría de los ingenieros ignoramos esta recomendación y trabajamos para los valores del acero positivo consignados en la tabla 8.0, esto es posible hacerlo ya que el reducir el peralte en dos centímetros para trabajar con el acero negativo es una sola una "recomendación" de las NTC, la cual debemos de tener en cuenta cuando no se tiene el cuidado de manejar correctamente el nivel de nuestro peralte efectivo, y esto traiga consigo variaciones que podrían incurrir en la exposición del acero y esto a su vez disminuya la resistencia de nuestra elemento diseñado.

Para nuestra losa trabajaremos con los valores de la tabla 8.0



Calculo del factor q

Este factor se puede calcular de tres maneras distintas, la básica es con la ayuda de una grafica, la segunda mediante la aplicación de la ecuación cuadrática y la tercera con una fórmula que es nueva para mí pero que nos brinda los mismos resultados que los otros dos métodos.

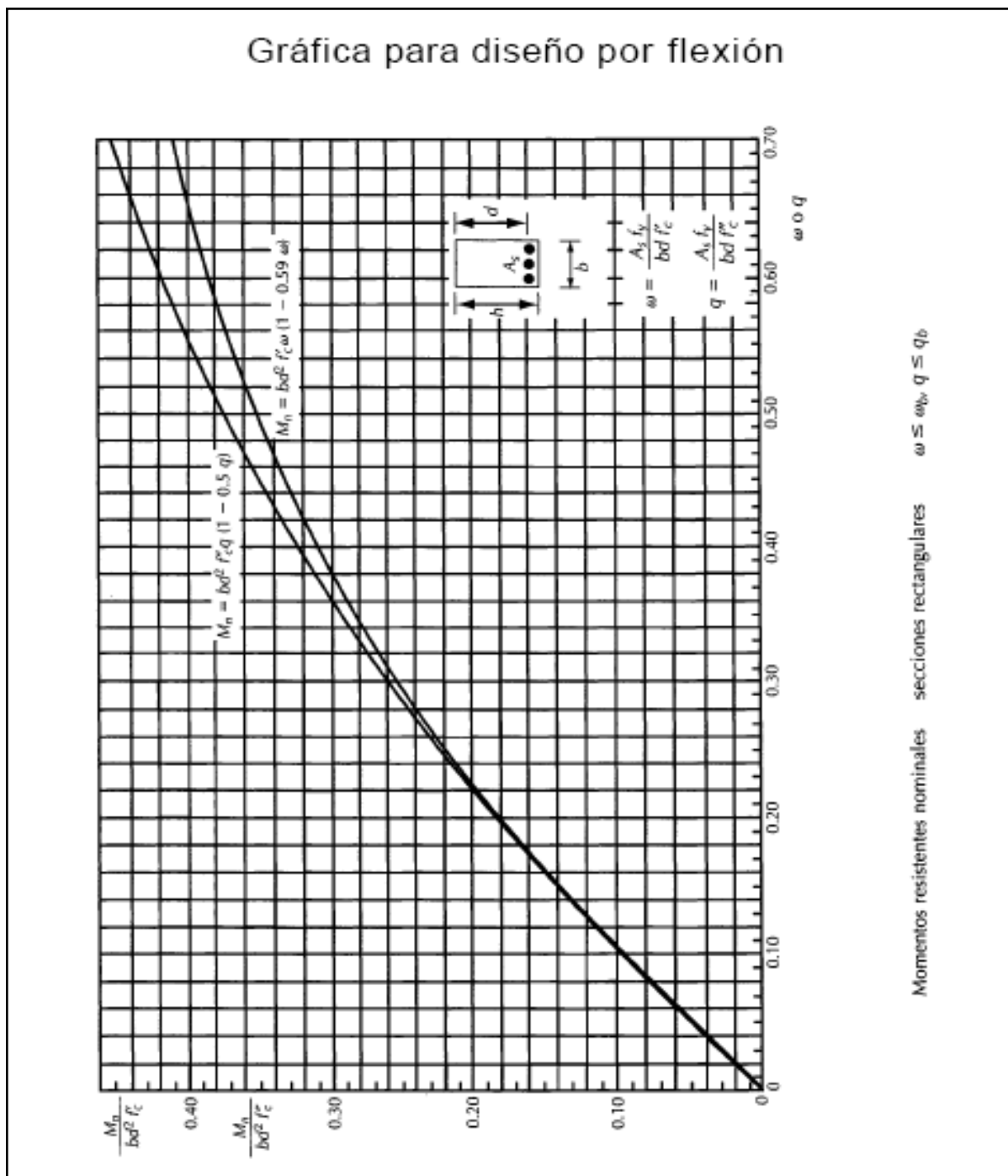


fig. 5.0 grafica para diseño por flexión

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



Forma de trabajar con la grafica para el factor q :

En el sentido de las ordenadas (sentido vertical) hay dos relaciones:

$$\frac{M_n}{bd^2 f'c} \quad \text{ó} \quad \frac{M_n}{bd^2 f''c}$$

Para nosotros el M_n será = $M_f * 100$ y para nuestro caso como estamos trabajando con las NTC Calcularemos nuestro q con la segunda relación, si fuese ACI trabajaríamos con la primera

$$M_n = 112632$$

$$b = 100$$

$$d^2 = (13)^2$$

$$f''c = 170$$

Con lo cual obtenemos:

$$\frac{M_n}{bd^2 f''c} = \frac{112632}{100 * 13^2 * 170} = 0.0392$$

Con este valor nos colocamos en el sentido de las ordenadas e interceptamos la línea de la función $M_n = bd^2 f''c q (1 - 0.5 q)$ cuando interceptamos la línea bajamos hasta las abscisas y tomamos el valor q que nos indica la intercepción, para este ejemplo nos dio 0.0395

Esta manera de calcular nuestros valores para q es sencilla, pero requiere de mucha practica para lograr una aproximación excelente, el detalle esta en tener a la mano la grafica y hacer buen uso de ella.

Forma de trabajar con la cuadrática para el factor q :

FORMULA (en la formula sustituir los mismos valores que para el método grafico)

$$M = FR * b * d^2 * q * f''c * (1 - 0.5q)$$

Despejando q (Cuantia de Refuerzo), tenemos la siguiente ecuación cuadrática:

$$1292850 q^2 - 2585700 q + 112632 = 0$$

Resolviendo esta ecuación, tenemos:

$$q_1 = 0.044552 \quad \text{y} \quad q_2 = -1.95545$$

De estos dos valores tomamos el menor de ellos (siempre el positivo menor).

$$q = 0.0446$$

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



Uso de la formula $1 - \sqrt{1 - 2Q}$ para el factor q :

Referencia

Esta fórmula es más directa y menos compleja que la ecuación cuadrática, utiliza menos variables y de igual manera brinda mejores resultados que el método de la grafica a flexión. La única variable requerida para la aplicación de esta fórmula es el factor Q , el cual es un factor que ya se calculo con anterioridad, los otros dos métodos se los presente para dejar en claro que se puede llegar al mismo resultado de diferente formas, pero siempre hay que tomar la más sencilla, de eso se trata la ingeniería de hacer las cosas más fáciles. los otros dos métodos son muy buenos pero siempre hay que tratar de trabajar lo menos posible obteniendo los mismos resultados.

Aplicando la formula $1 - \sqrt{1 - 2Q}$ obtenemos los siguientes resultados:

	Q	$q = 1 - \sqrt{1 - 2Q}$
positivo	0.04355958	0.0446
positivo	0.04177252	0.0427
positivo	0.02580067	0.0261
positivo	0.02367854	0.0240
positivo	0.02144472	0.0217
positivo	0.01552508	0.0156

Tabla 9.0 valores de q

Calculo de la cuantia de acero ρ

Ya con el valor q podemos calcular nuestra cuantia de acero con la formula:

$$\rho = \frac{q * f''c}{f_y}$$

	q	$f''c$ (gk/cm2)	f_y (kg/cm2)	$\rho = qf''c/f_y$
positivo	0.04455202	170	4200	0.001803
positivo	0.04268346	170	4200	0.001728
positivo	0.02614239	170	4200	0.001058
positivo	0.02396572	170	4200	0.000970
positivo	0.02167972	170	4200	0.000878
positivo	0.0156475	170	4200	0.000633

Tabla 10.0 valores de la cuantia de acero ρ

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



Calculo del área de acero

Los valores de ρ obtenidos son menores al ρ_{min} por lo que se trabajara para el armado de la losa en todas las direcciones con la cuantia mínima de acero $\rho_{min}=0.002$, la fórmula para encontrar el área de acero es la siguiente:

$$A_s = \rho_{min} * b * d$$

Donde:

A_s = área de acero

$\rho_{min}=0.002$

$b= 100$ cm (ancho unitario)

d = peralte efectivo de la losa.

$$A_s = 0.002 * 100cm * 13cm = 2.6cm^2 /m$$

Lo que nos indica que necesitamos 2.6 cm^2 de acero transversal por metro lineal, para poder soportar los momentos flexionantes provocados por las cargas ultimas de servicio.

	$\rho_{min}=0.002$	b (cm)	d (cm)	$A_s = \rho_{min} * b * d$
positivo	0.002	100	13	2.60
positivo	0.002	100	13	2.60
positivo	0.002	100	13	2.60
positivo	0.002	100	13	2.60
positivo	0.002	100	13	2.60
positivo	0.002	100	13	2.60

Tabla 11.0 área de acero requerida mínima por metro lineal.

Con la cantidad de acero por metro lineal obtenida, nos damos a la tarea de seleccionar el tipo de varilla que se utilizara para el armado de nuestra losa.

Referencia

Para poder realizar nuestro armado hay que recordar algo muy importante, la separación máxima de nuestras varillas será de 50cm o 3.5h.



La separación de nuestras varillas, la obtenemos con la siguiente fórmula:

$$separacion = \frac{area\ de\ la\ varilla}{area\ requerida\ de\ acero} * 100$$

# / 8	1
3	0.713
4	1.267
5	1.979
6	2.850
7	3.879
8	5.067
9	6.413
10	7.917

Tabla 12.0 área de varillas disponibles en el mercado

Para la varilla de 3/8 para acero mínimo la separación es:

$$separacion = \frac{0.713cm^2}{2.60cm} * 100 = 27cm$$

La separación de varillas es aceptable por lo que el armado de la losa seria:

Usar rectas del #3@27 cm en ambos sentidos

Para la varilla de 4/8 para acero mínimo la separación es:

$$separacion = \frac{1.267cm^2}{2.60cm} * 100 = 48cm$$

La separación de varillas es aceptable por lo que el armado de la losa seria:

Usar rectas del #4 @ 48 cm en ambos sentidos

Para la varilla de 5/8 para acero mínimo la separación es:

$$separacion = \frac{1.979cm^2}{2.60cm} * 100 = 76cm$$

La separación de varillas no es aceptable, debido a que 76cm >> 50cm que es considera nuestra separación máxima de varillas.

Tomando en cuenta que a partir de la varilla 5/8 las distancias de separación de varillas serán mucho mayores a la permitida por las NTC, solo tendríamos dos opciones de varillas que si cumplen con la separación máxima para el armado de nuestra losa que serian las de 3/8 y 4/8.

También el mercado nos ofrece la malla electrosoldada, la cual ya tiene una separación definida y que oscila entre los 15 y 17 cm, lo que la haría cumplir para separación máxima, sin embargo habría que revisar el área transversal de acero por metro lineal que nos ofrece para ver si

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



podemos utilizarla para el armado de nuestra losa. Este dato lo podemos encontrar en algún catálogo de malla electrosoldada, a continuación coloco los datos que tome de un catalogo de la empresa ACEROS NACIONALES:

Diseño	Varilla		Electromalla Area Transversal (cm ² /m)
	Diámetro (mm)	Area (cm ²)	
66-44	5.72	0.26	1.69
66-66	4.88	0.19	1.23
66-88	4.11	0.13	0.87
66-1010	3.43	0.09	0.61
Cumple con las Normas NMX-B-253 y NMX-B-290			

Fig. 6.0 especificaciones de mallas electrosoldada "ACEROS NACIONALES"

La malla 66 -44 nos ofrece 1.69 cm² por metro lineal nosotros requerimos 2.6 cm² por metro lineal como mínimo, para este ejemplo la malla electrosoldada 66 -44 estaría fuera de nuestras opciones para el armado de la losa.

Tomando en cuenta que existe un límite de acero en secciones rectangulares llamada "acero máximo", se podría hacer combinaciones de dos camas de mallas, una de 66-44 y otra de 66-66, lo que traería consigo una mayor rapidez en el armado de la losa, si lo que se busca es terminar rápido una obra, y siempre considerando que el costo económico sea aceptable.

Acero máximo

Para obtener el área de acero máxima de una sección rectangular hay que calcular la cuantía de acero ρ balanceada y obtener de ella el 75 por ciento.

$$\frac{f''c}{f_y} * \frac{600\beta_1}{f_y + 600} = \rho_b$$

Donde:

$$f''c = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$\beta_1 = 0.85 \text{ (Para concreto menores a } 280 \text{ kg/cm}^2\text{)}$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{170}{4200} * \frac{600\beta_1}{4200 + 600} = 0.0043$$

Obteniendo el 75% de la ρ_b :

$$0.0043 * 0.75 = 0.003225$$

Losa maciza con carga uniformemente distribuida



Para nuestra sección el área máxima de acero seria:

$$0.75\rho_{balanceada} * b * d = A_s \text{ máxima}$$

$$A_s \text{ máxima} = 0.003225 * 100 * 13 = 4.19 \text{ cm}^2$$

Ya con esta nueva relación de acero por metro lineal, podemos hacer nuevas combinaciones:

Para la varilla de 3/8 para acero máximo la separación es:

$$separacion = \frac{0.713 \text{ cm}^2}{4.19 \text{ cm}} * 100 = 17 \text{ cm}$$

La separación de varillas es aceptable por lo que el armado de la losa seria:

Usar rectas del #3@17cm en ambos sentidos

Para la varilla de 4/8 para acero máximo la separación es:

$$separacion = \frac{1.267 \text{ cm}^2}{4.19 \text{ cm}} * 100 = 30 \text{ cm}$$

La separación de varillas es aceptable por lo que el armado de la losa seria:

Usar rectas del #4 @ 30 cm en ambos sentidos

Para la varilla de 5/8 para acero máximo la separación es:

$$separacion = \frac{1.979 \text{ cm}^2}{4.19 \text{ cm}} * 100 = 47 \text{ cm}$$

La separación de varillas es aceptable por lo que el armado de la losa seria:

Usar rectas del #4 @ 47 en ambos sentidos

Tomando en cuenta que a partir de la varilla 5/8 las distancias de separación de varillas serán mucho mayores a la permitida por las NTC, solo tendríamos tres opciones de varillas que si cumplen con la separación máxima para el armado de nuestra losa que serian las de 3/8 y 4/8 y 5/8, de igual manera haríamos la combinación de mallas electrosoldada para nuestro armado.

Malla 66-44 (solo es una idea más)

Usar dos camas de malla 66-44 para el armado de la losa una arriba de la otra.

Malla 66-66 (solo es una idea más)

Usar tres camas de malla 66-66 para el armado de la losa una arriba de la otra.

Y con esta última idea damos por concluido el diseño y armado de nuestra losa.

Losa maciza con carga uniformemente distribuida

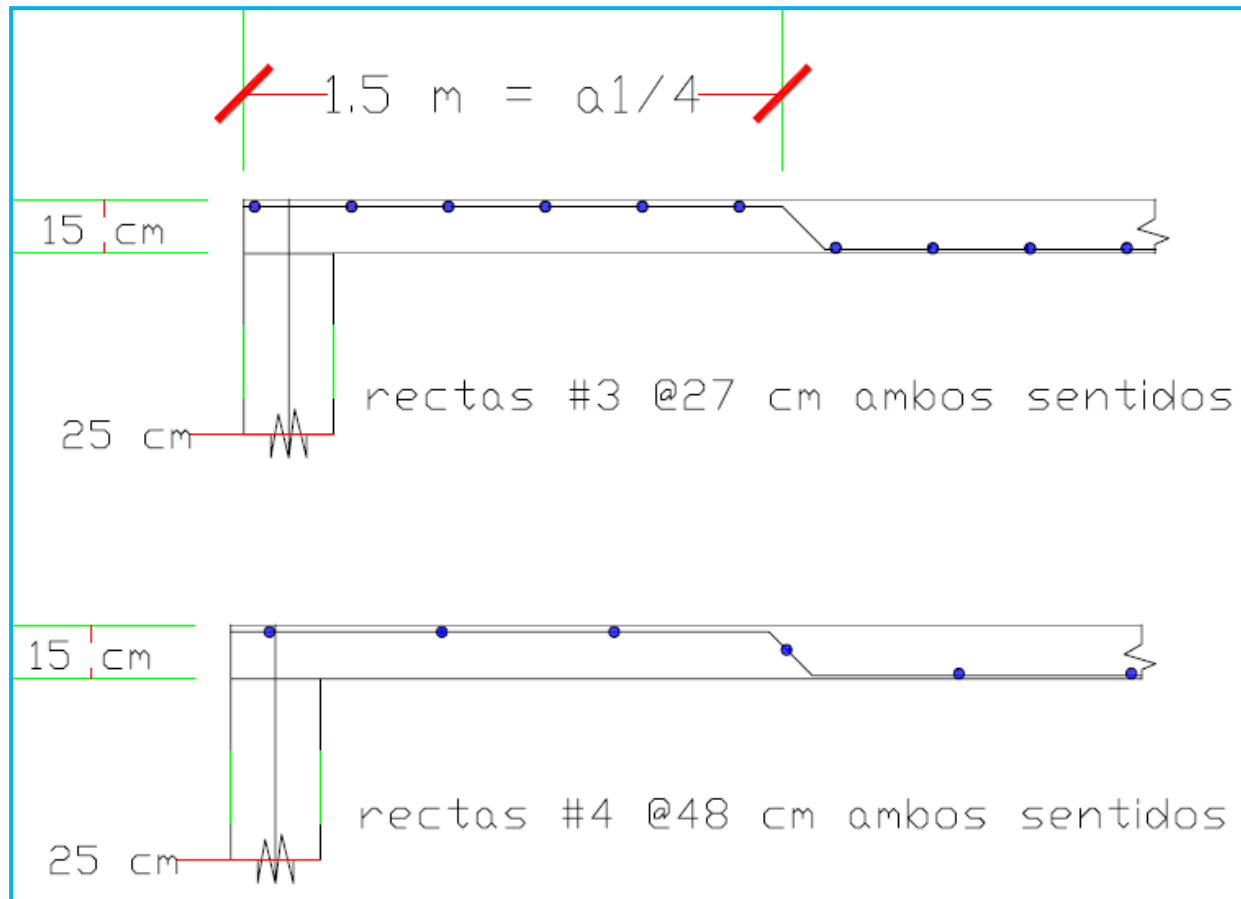


Fig. 7 Croquis de los armados de la losa con acero mínimo para varillas del # 3 y # 4, para el lado cortó

La figura 7.0 representa los armados propuestos con varillas de #3 y # 4, para la solicitud de acero mínimo, la distancia de 1.5 es atendiendo la recomendación de la pagina 3, en donde se explica la distribución de la franjas centrales y extremas, el doblado que se nota a la distancia señalada es de 45°, checar en las NTC 2004 recomendaciones de anclaje, traslape y longitud de desarrollo, para poder complementar el armado de la losa.

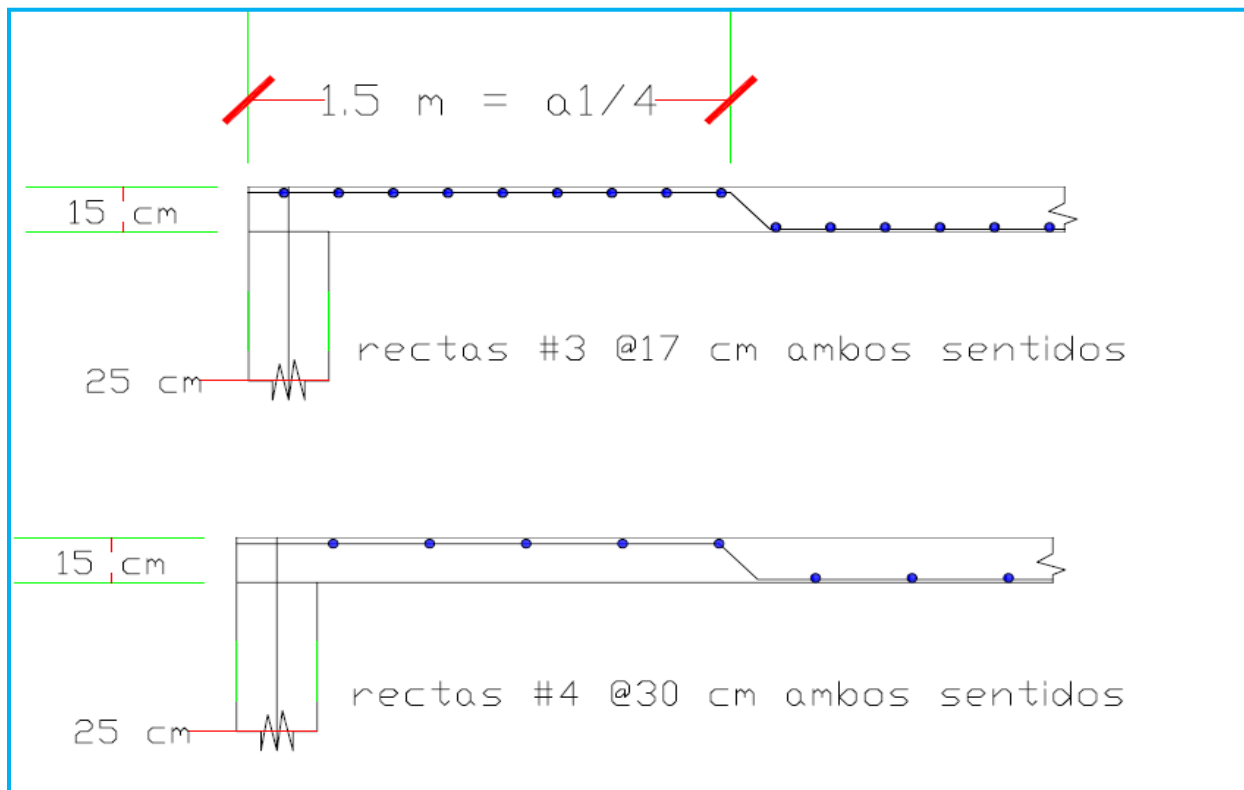


Fig. 8 Croquis de los armados de la losa con acero mínimo para varillas del # 3 y # 4, para el lado cortó

La figura 8.0 representa los armados propuestos con varillas de #3 y # 4, para la solicitud de acero máximo, la distancia de 1.5 es atendiendo la recomendación de la pagina 3, en donde se explica la distribución de la franjas centrales y extremas, el doblado que se nota a la distancia señalada es de 45°, checar en las NTC 2004 recomendaciones de anclaje, traslape y longitud de desarrollo, para poder complementar el armado de la losa. Puede notarse que el número de varillas es mucho mayor, esto por lo tanto aumenta el costo del armado, la experiencia te dará la capacidad de decidir entre varios tipos de armado en donde se tiene que tomar en cuenta el tiempo de construcción y el aspecto económico, y por supuesto la seguridad estructural.

Los demás armados ya no los dibuje pues considero suficiente con estos 4 ejemplos, tengan muy en cuenta los detalles en los dibujos, pues los detalles hacen más claro lo que el ingeniero quiere expresar. Para este caso solo dibuje aspectos básico, pero es recomendable checar planos de construcción, libros, páginas web, en donde te puedes llenar de muchas ideas para el armado de tus losas, tampoco calcule el momento en borde común, pues me gustaría que lo investigaran (no es difícil) Mucha suerte y adelante, espero que este documento les sea de mucha utilidad. Con mucho cariño.

Ingeniero: José Antonio Mendoza Vidal

Losa maciza con carga uniformemente distribuida