

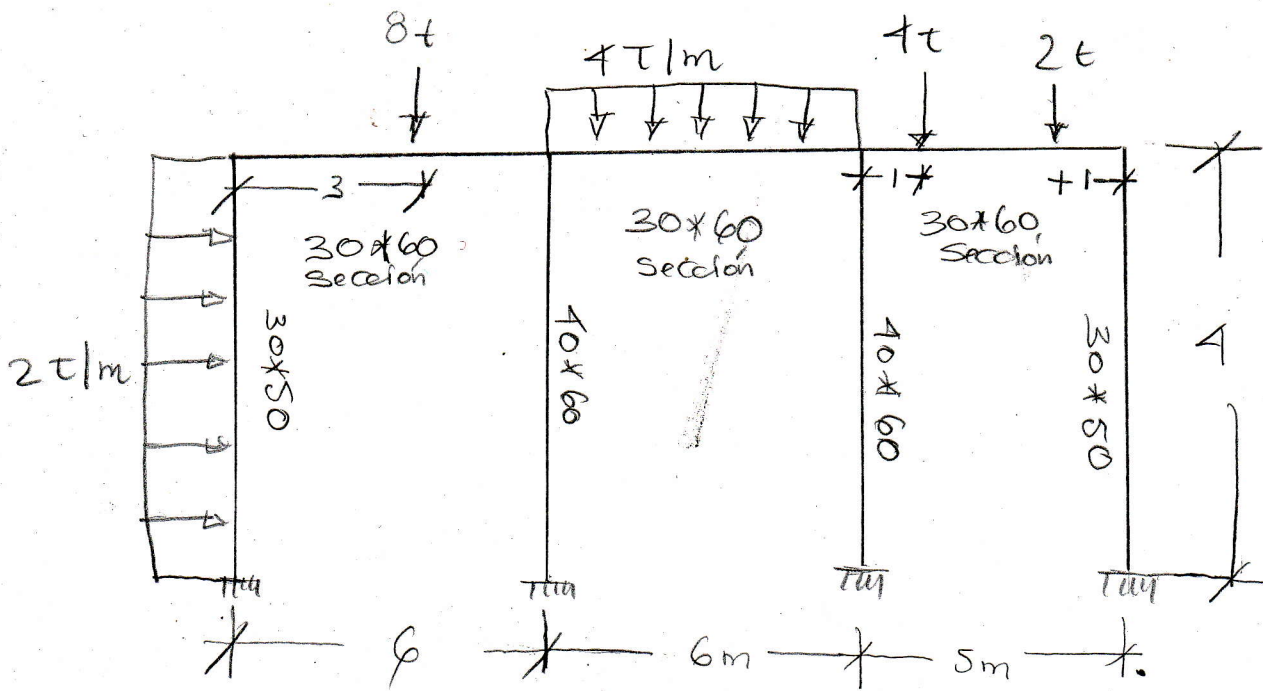


Esta es otra aportación que hago a esta página, se trata de un pórtico de tres claros, analizado con el método de distribución de momentos (método de Gaspar kanni), que no es más que una variante del método de Hardy Cross, trate de hacerlo lo más didáctico posible ,disculpen la mala letra, lean el problema y practiquen en realidad es más sencillo de lo que parece, son varias hojas, pero esto se debe básicamente a la explicación detallada, espero que les sirva, al final del análisis les coloque la comprobación que hice con el programa staad pro 2004.

Nota:

El desplazamiento lateral se presenta en los siguientes casos:

- Marcos asimétricos
- Cargas asimétricas
- Empuje del viento



Inercias.

$$I_{\text{sección } 30 \times 60} = 30(60)^3/12 = 540,000 \text{ cm}^4$$

$$I_{\text{sección } 30 \times 50} = 30(50)^3/12 = 312,500 \text{ cm}^4$$

$$I_{\text{sección } 40 \times 60} = 40(60)^3/12 = 720,000 \text{ cm}^4$$

Calculo de las rigideces (K)

$$K = \text{Inercia} / \text{Longitud}$$

$$K_1 = \frac{540,000}{600} = 900$$

$$K_3 = \frac{312,500}{400} = 781.25$$

$$K_2 = \frac{540,000}{500} = 1080$$

$$K_4 = \frac{720,000}{400} = 1800$$

Para simplificar dividimos entre la K mayor

$$K_1 = \frac{900}{1800} = 0.5$$

$$K_3 = \frac{781.25}{1800} = 0.434$$

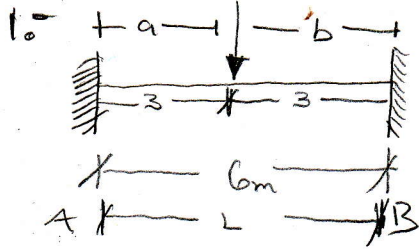
$$K_2 = \frac{1080}{1800} = 0.6$$

$$K_4 = \frac{1800}{1800} = 1$$

Se considera que todas vigas estan empotradas.

momentos de empotramiento perfecto.

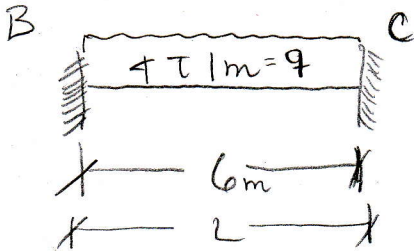
$$P = 8T$$



$$M_A = - \frac{P a b^2}{L^2} = \frac{8(3)(3)^2}{(6)^2} = 6 \text{ Tm}$$

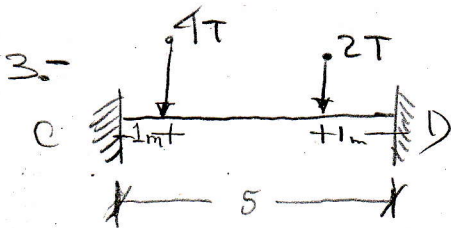
$$M_B = - \frac{P a^2 b}{L^2} = \frac{8(3)(3)^2}{(6)^2} = 6 \text{ Tm}$$

2.-

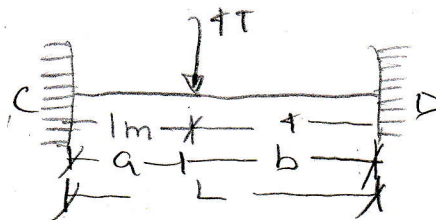


$$M_B = M_C = \frac{1}{12} \cdot q L^2 = \frac{4(6)^2}{12} = 12 \text{ Tm}$$

3.-



Para 4 toneladas

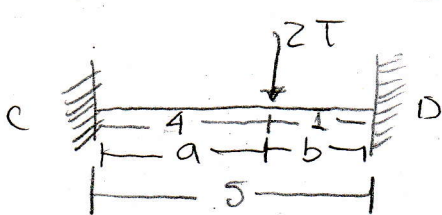


$$M_C = \frac{4(1)(4)^2}{(5)^2} = 2.56 \text{ Tm}$$

$$M_D = \frac{4(4)(1)^2}{(5)^2} = 0.64 \text{ Tm}$$

Trabajamos por separadas las cargas y al final sumamos los momentos en esta viga.

Para 2 toneladas

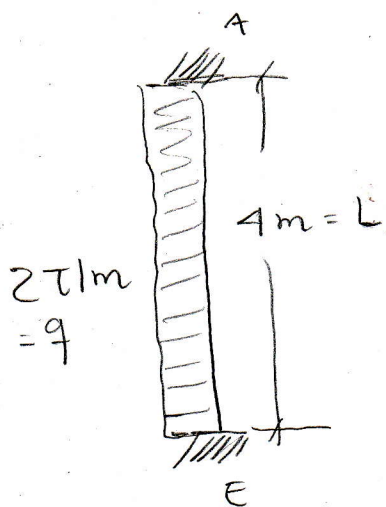


$$M_C = \frac{2(1)(2)^2}{(5)^2} = 0.32 \text{ Tm}$$

$$M_D = \frac{2(1)(2)^2}{(5)^2} = 0.32 \text{ Tm}$$

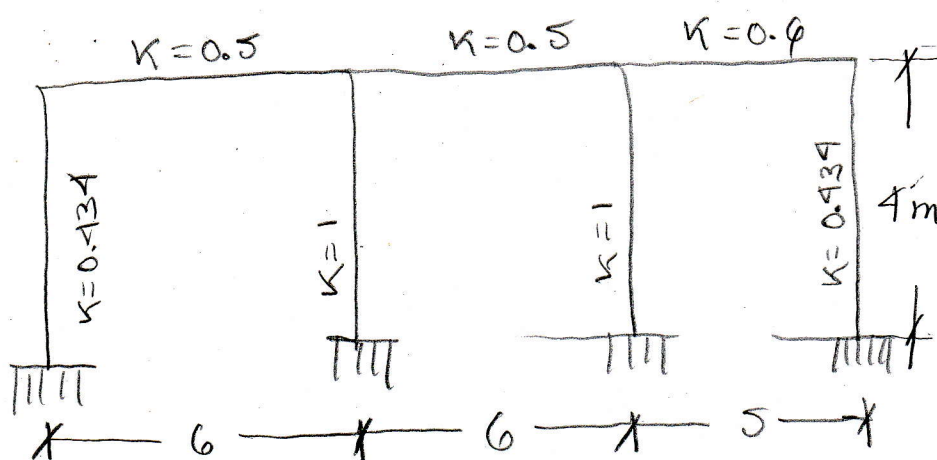
$$\text{Sumando: } M_C = 2.56 + 0.32 = 2.88 \text{ Tm}$$

$$M_D = 0.64 + 0.32 = 0.96 \text{ Tm}$$

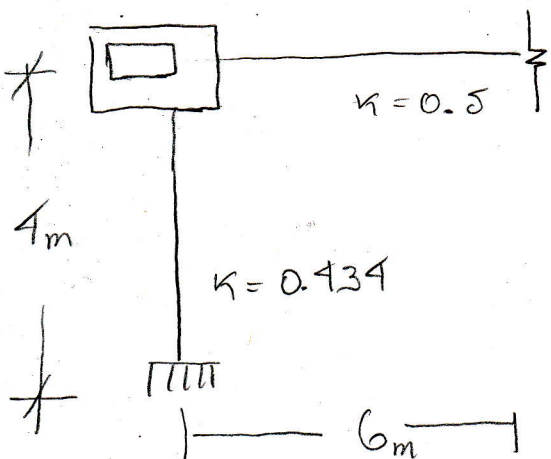


$$M_A = M_E = \frac{qL^2}{12} = \frac{2(4)^2}{12} = 2.67$$

Determinación de los factores de distribución.



Se colocan los K (viridices) de acuerdo a la sección y longitud de viga correspondiente.



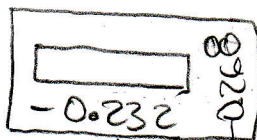
factor de distribución para la viga. (Primer tramo)

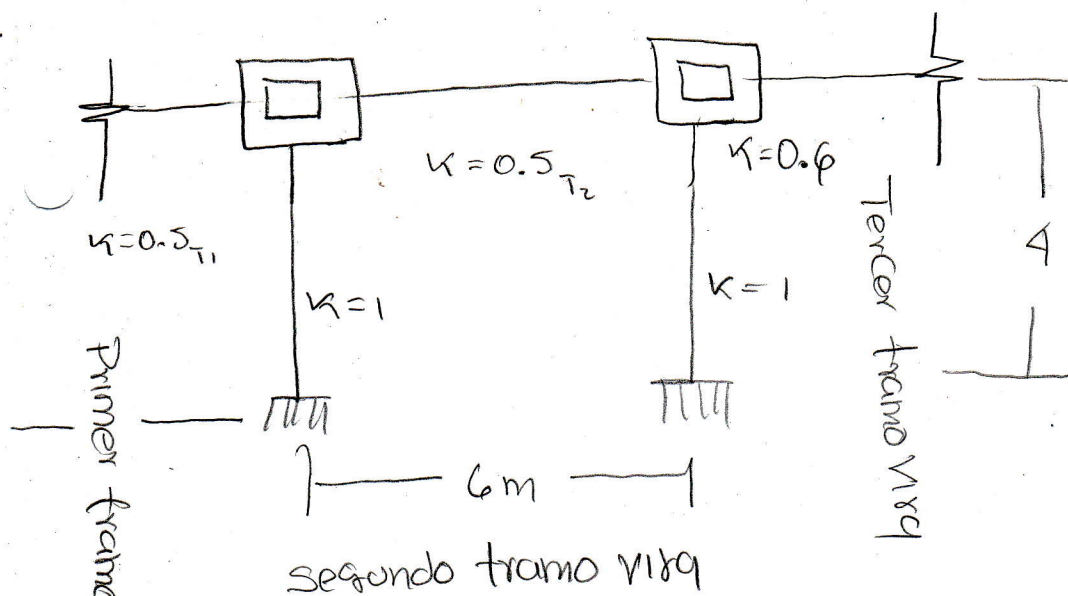
$$\frac{K_{elemento}}{\sum K_{nodos}} \cdot \frac{1}{2} = f_d$$

$$f_d = \frac{0.5}{(0.434 + 0.5)} \cdot \frac{1}{2} = 0.268$$

$$f_d = \frac{0.434}{(0.434 + 0.5)} \cdot \frac{1}{2} = 0.232$$

los resultados se anotan en el cuadro en el sentido de las K



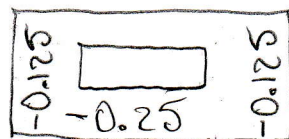


factor de distribución segundo tramo de la viga lado derecho.

$$f_d = \frac{0.5T_2}{(0.5T_2 + 0.5T_1 + 1)} \cdot -\frac{1}{2} = -0.125$$

$$f_d = \frac{1}{(0.5T_1 + 0.5T_2 + 1)} \cdot -\frac{1}{2} = -0.25$$

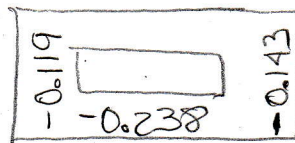
$$f_d = \frac{0.5T_1}{(0.5T_2 + 0.5T_1 + 1)} \cdot -\frac{1}{2} = -0.125$$



factor de distribución segundo tramo de la viga lado izquierdo.

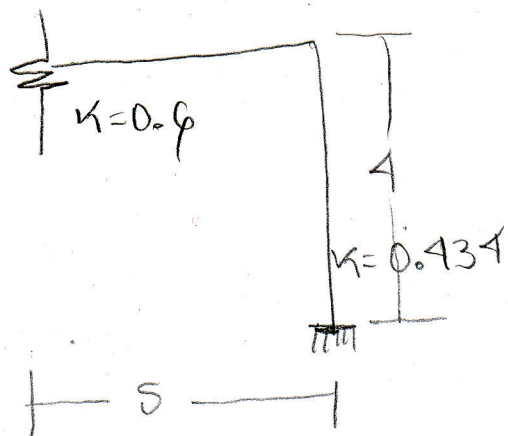
$$f_d = \frac{0.5T_2}{(0.5T_2 + 0.6 + 1)} \cdot -\frac{1}{2} = -0.119$$

$$f_d = \frac{0.6}{(0.5T_2 + 0.6 + 1)} \cdot -\frac{1}{2} = -0.143$$



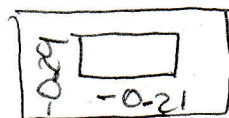
$$f_d = \frac{1}{(0.5T_2 + 0.6 + 1)} \cdot -\frac{1}{2} = -0.238$$

factor de distribución último tramo de la viga.



$$f_d = \frac{0.6}{(0.6 + 0.434)} \cdot -\frac{1}{2} = -0.29$$

$$f_d = \frac{0.434}{(0.6 + 0.434)} \cdot -\frac{1}{2} = -0.21$$



con esto terminamos la distribución en las vigas más sin embargo debemos revisar si los factores son correctos. la comprobación es sencilla hay que sumar todos factores que concurren en el nudo específico y la suma debe ser igual a $-\frac{1}{2}$ comprobando factores

Primer tramo lado derecho.

$$-0.232 + 0.268 = -0.5 \quad \text{OK}$$

segundo tramo lado derecho

$$-0.125 - 0.25 - 0.125 = -0.5 \quad \text{OK}$$

Segundo tramo lado izquierdo

$$-0.119 - 0.238 - 0.143 = -0.5 \quad \text{OK}$$

tercer y último tramo.

$$-0.29 - 0.21 = -0.5 \quad \text{OK}$$

los factores están correctos.

PASAMOS A REALIZAR la distribución de los factores de las columnas.

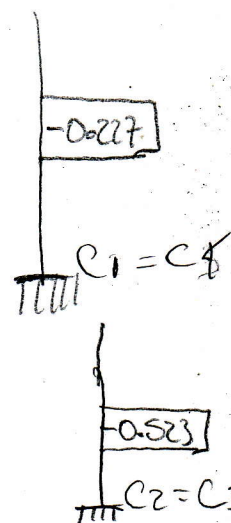
como existe una fuerza que provoca desplazamiento lateral consideramos lo siguiente.



el factor por el que se multiplicaran las rigideces sera $-\frac{3}{2}$
 C_1 es simetrica a C_4 y C_2 lo es con C_3

fd Para $C_1 = C_4$

$$fd = \frac{0.434_{C_1}}{(0.434_{C_1} + 1_{C_2} + 1_{C_3} + 0.434_{C_4})} \cdot -\frac{3}{2} = -0.227$$



fd Para $C_2 = C_3$

$$fd = \frac{1}{(0.434_{C_1} + 1_{C_2} + 1_{C_3} + 0.434_{C_4})} \cdot -\frac{3}{2} = -0.523$$

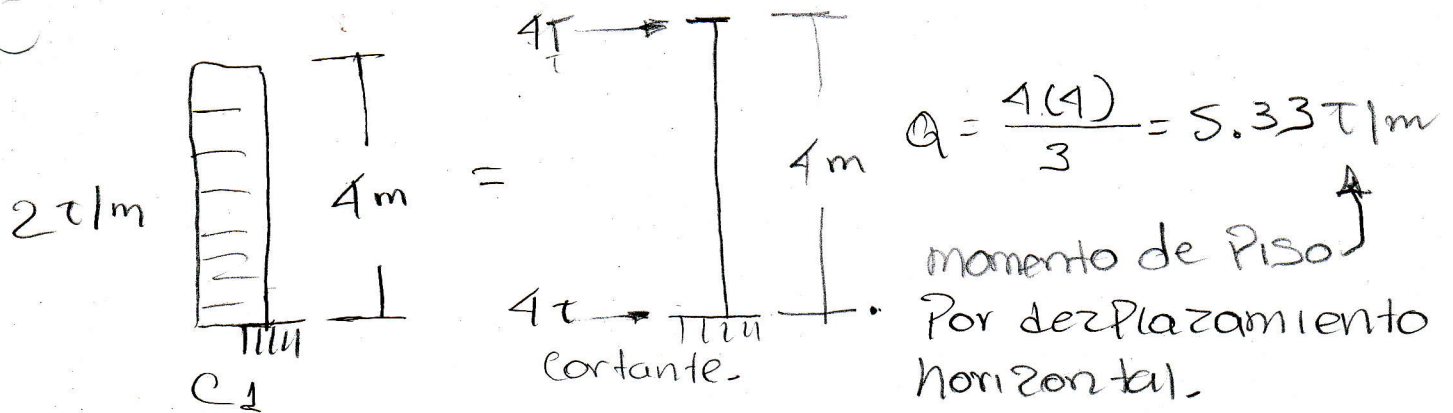
en este caso para comprobar si los factores son correctos la suma debe ser igual a $-\frac{3}{2} = -1.5$

$$fd_{C1} + fd_{C2} + fd_{C3} + fd_{C4} = -1.5$$

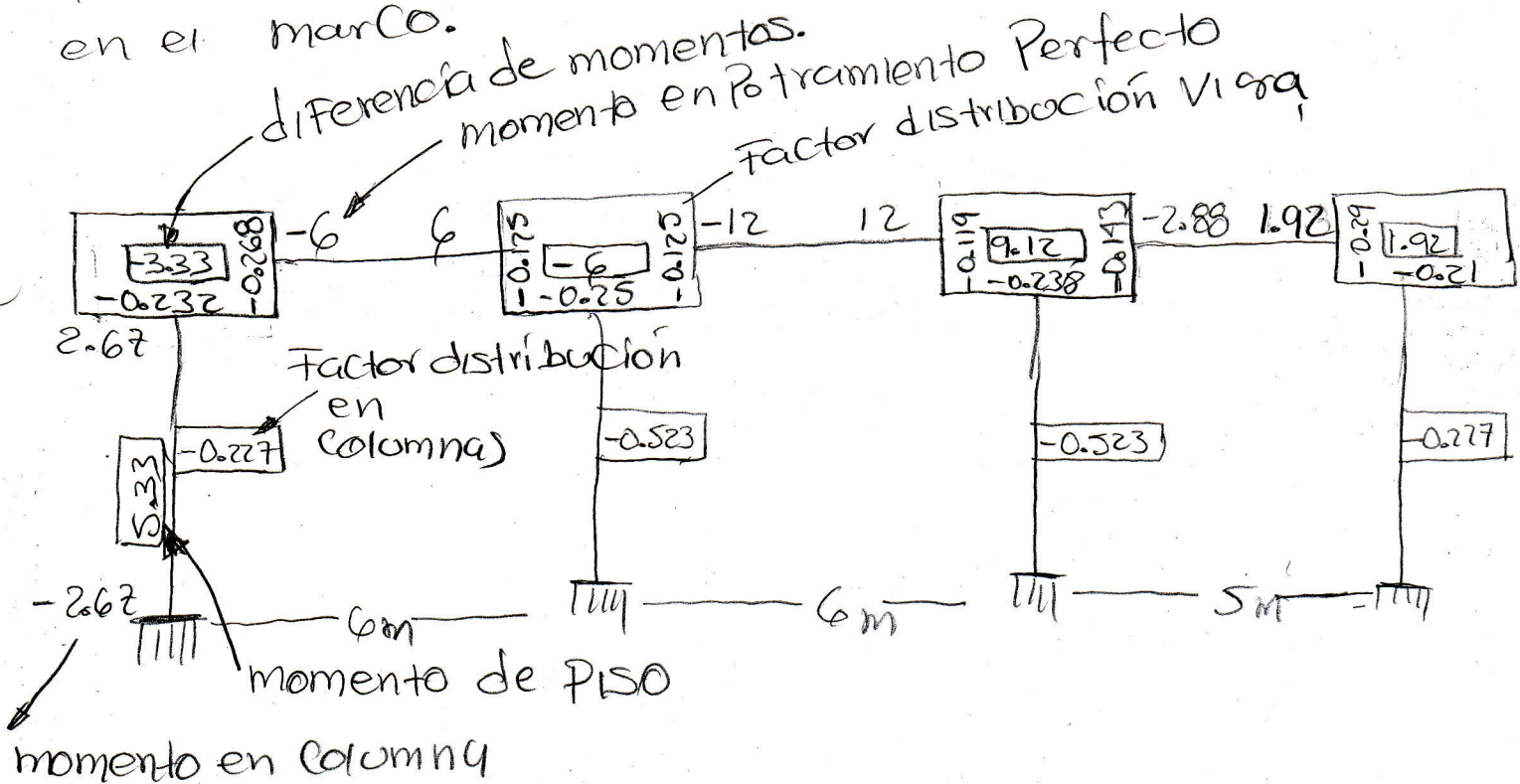
$$-0.227 - 0.523 - 0.523 - 0.227 = -1.5 \quad \checkmark \text{ ok}$$

los factores son correctos.

Al existir desplazamiento horizontal se debe de considerar lo siguiente.



Ya con todos los valores listos los colocamos en el marco.



En los Rectángulos Centrales Se coloca la Sumatoria de los momentos que concurren en el nudo.

$$-6 + 2.67 = -3.33 \quad \text{Rectángulo 1 OK}$$

$$6 - 12 = -6 \quad \text{Rectángulo 2 OK}$$

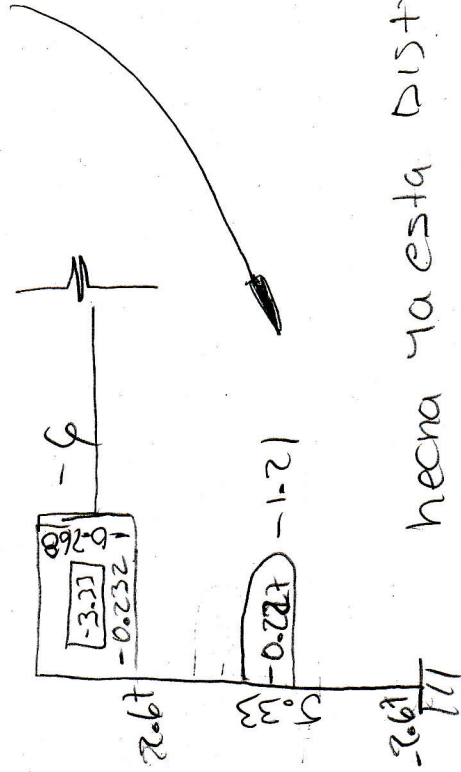
$$12 - 2.88 = 9.12 \quad \text{Rectángulo 3 OK}$$

$$1.92 - 0 = 1.92 \quad \text{Rectángulo 4 OK}$$

GUIA PARA LA RESOLUCIÓN.

Se comienza distribuyendo el momento de piso, esto se hace multiplicando el momento de piso por los factores de distribución en las columnas:

$$\begin{aligned} (5.33) \cdot (-0.227) c_1 &= -1.21 & \text{Estos valores se colocan a un costado de los factores de desplazamiento en las columnas.} \\ (5.33) \cdot (-0.523) c_2 &= -2.79 \\ (5.33) \cdot (-0.523) c_3 &= -1.21 \\ (5.33) \cdot (-0.227) c_4 &= -2.79 \end{aligned}$$



hecha ya esta Distribución
Columna 1 Sumamos la diferencia de momentos Perfectos y la Primer distribución y multiplicar el resultado por los factores que

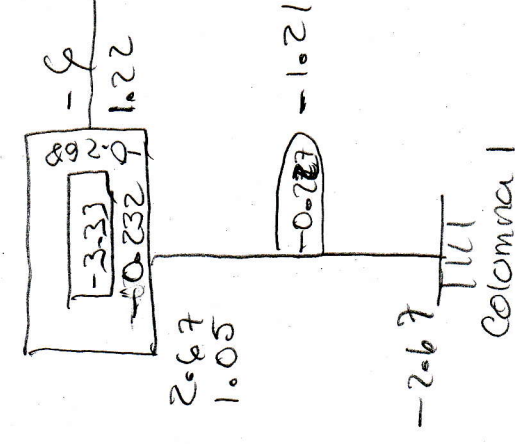
se encuentra en el nudo

$$-3.33 - 1.21 = -4.54$$

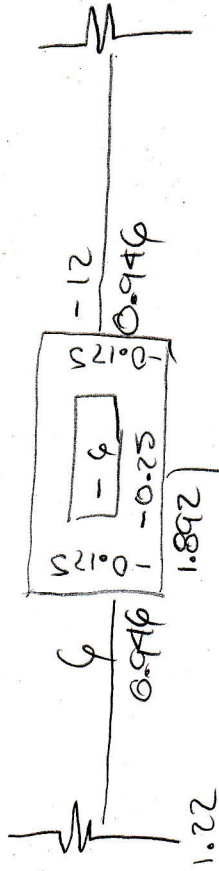
$$(4.54) \cdot (-0.232) = 1.05$$

$$(4.54) \cdot (-0.268) = 1.22$$

colocar estos valores debajo del momento correspondiente al factor.



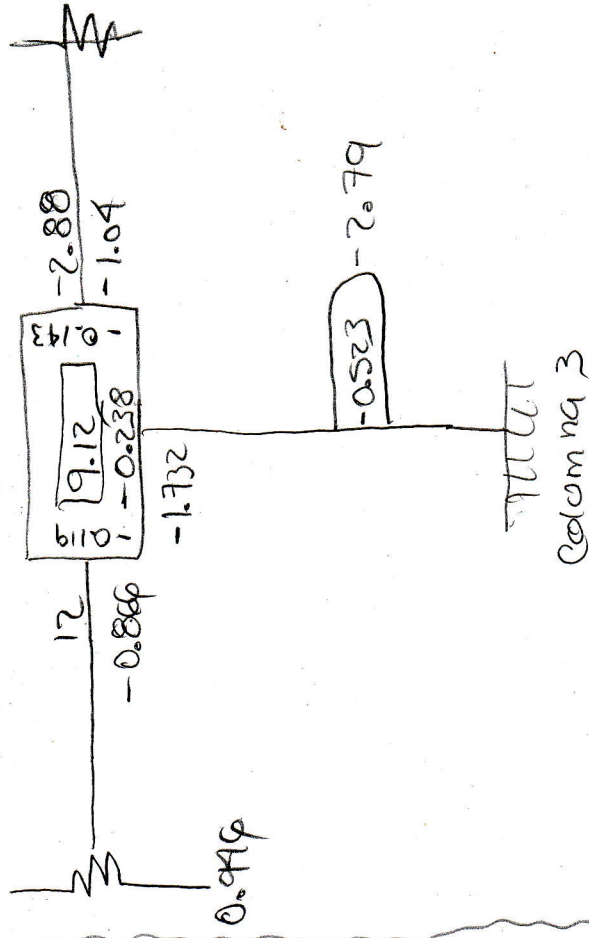
hacemos lo mismo con el siguiente tramo Pero ahora tomando en cuenta las dos influencias la de la Uiga y la columna.



$$\begin{aligned}
 -6 - 2.79 + 1.22 &= -7.57 \\
 -7.57 (-0.175) &= 0.946 \\
 -7.57 (-0.25) &= 1.892 \\
 -7.57 (-0.175) &= 0.946
 \end{aligned}$$

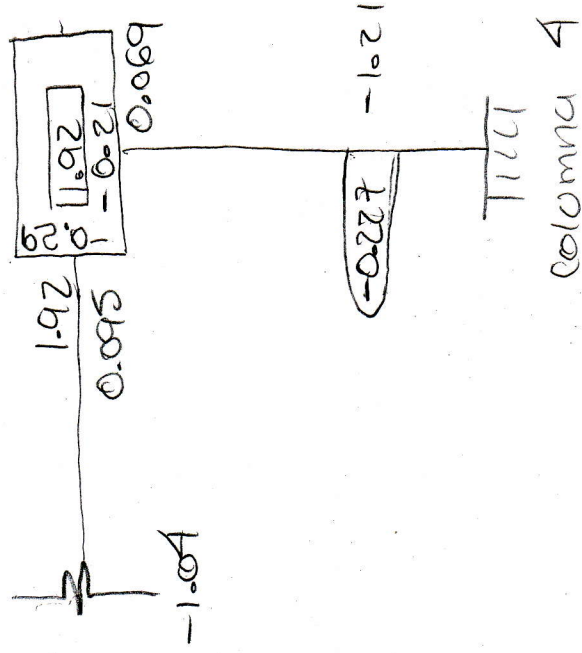
Repetimos estos pasos en el siguiente recuadro de la viga.

Sumar las distribuciones de las vigas y las columnas.



$$\begin{aligned}
 9.12 + 0.946 - 2.79 &= 7.276 \\
 7.276 (-0.119) &= -0.866 \\
 7.276 (-0.238) &= -1.732 \\
 7.276 (-0.119) &= -0.866
 \end{aligned}$$

Realizamos la misma operación en el cuadro de la columna 4, sumamos la diferencias de momento y la distribución resultante del lado de la viga en este caso -1.04 y la reacción de la columna de -1.02 .

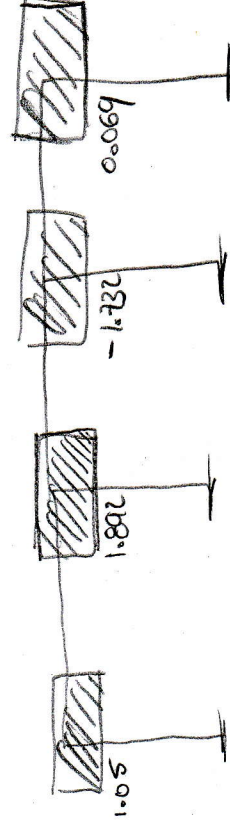
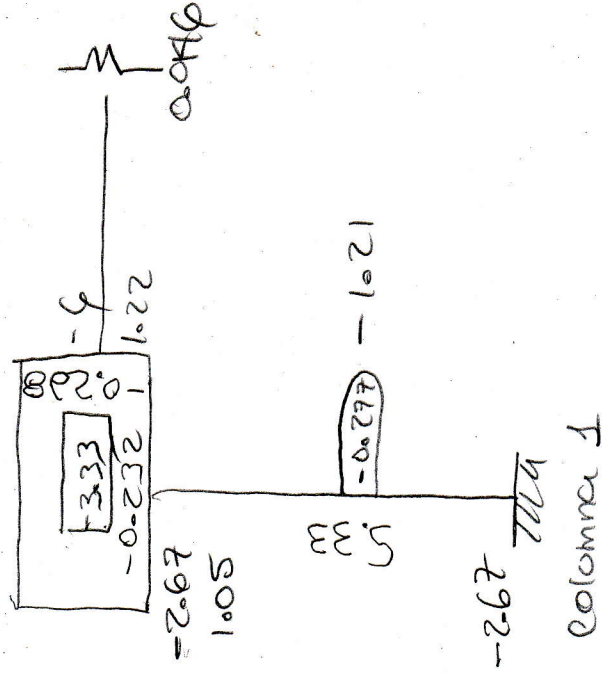


$$1.92 - 1.04 - 1.21 = -0.33$$

$$-0.33(-0.21) = 0.069$$

$$-0.33(-0.29) = 0.095$$

con estos dos últimos valores damos terminada la primera distribución ahora hay que regresar a la columna 1 y hacer lo siguiente.

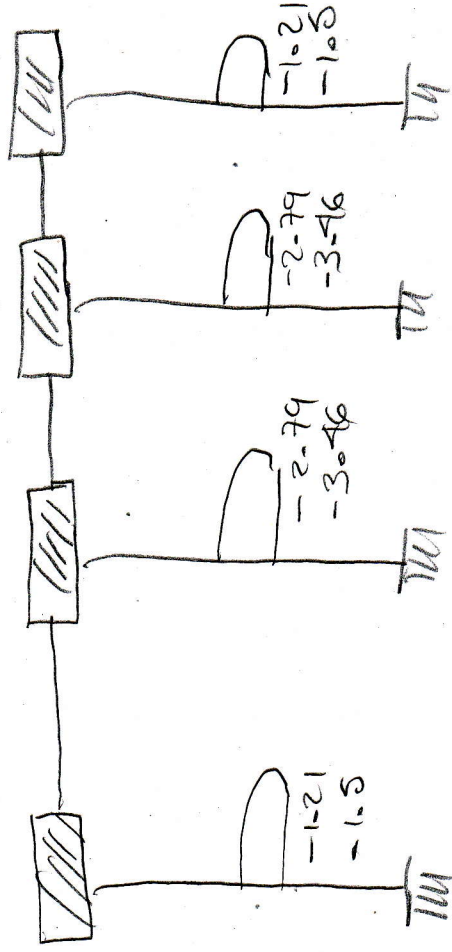


Sumar las distribuciones que bajan de las columnas y añadirla a 5.033 y repartirla como en la manera inicial.

$$5.33 + 1.05 + 1.892 - 1.732 + 0.069 = 6.609$$

$$(6.609) \cdot (-0.227) = -1.5$$

$$(6.609) \cdot (-0.523) = -3.46$$



ya con esto valores empezar un nuevo ciclo de distribución como se explico al Principio tomando en este caso el valor de -1.5 y somarlo a -3.33 y multiplicarlo por los factores de distribución y así hasta terminar en la Columna 4 y luego volver a hacer lo mismo en las columnas hasta que se repitan valores en por lo menos 2 ciclos.



Para obtener 0.901 se toma en cuenta la influencia de la Columna y la influencia del nudo cercano.

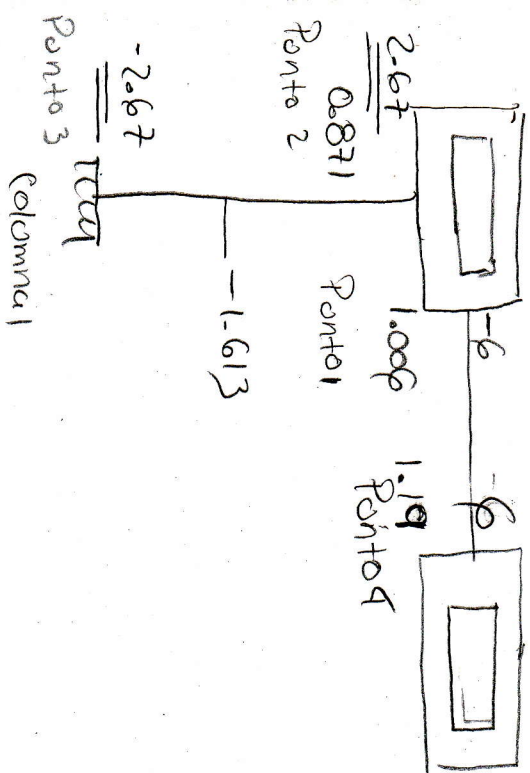
$$0.946 - 1.5 - 3.33 = -3.884$$

$$-3.884 (-0.232) = 0.901$$

$$-3.884 (-0.268) = 1.041$$

Se hace lo mismo con los demas cuadros.

obtención de los momentos finales



Para obtener el momento final en

Punto 1

$$\text{Se Suma: } -6 + 2(1.006) + 1.19 = -2.798$$

es decir el momento de empujamiento perfecto mas dos veces el momento resultante de los ciclos y la influencia del momento opuesto

Para el Punto 2 Seria

$$2.67 + 2(0.871) - 1.613 = 2.798$$

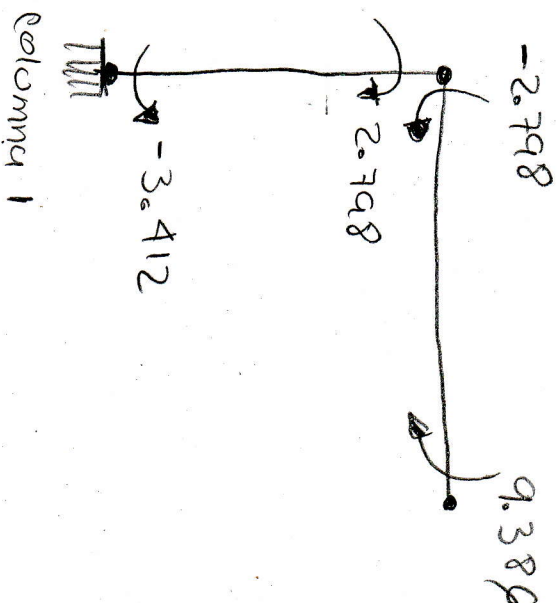
Para el Punto 3 Seria

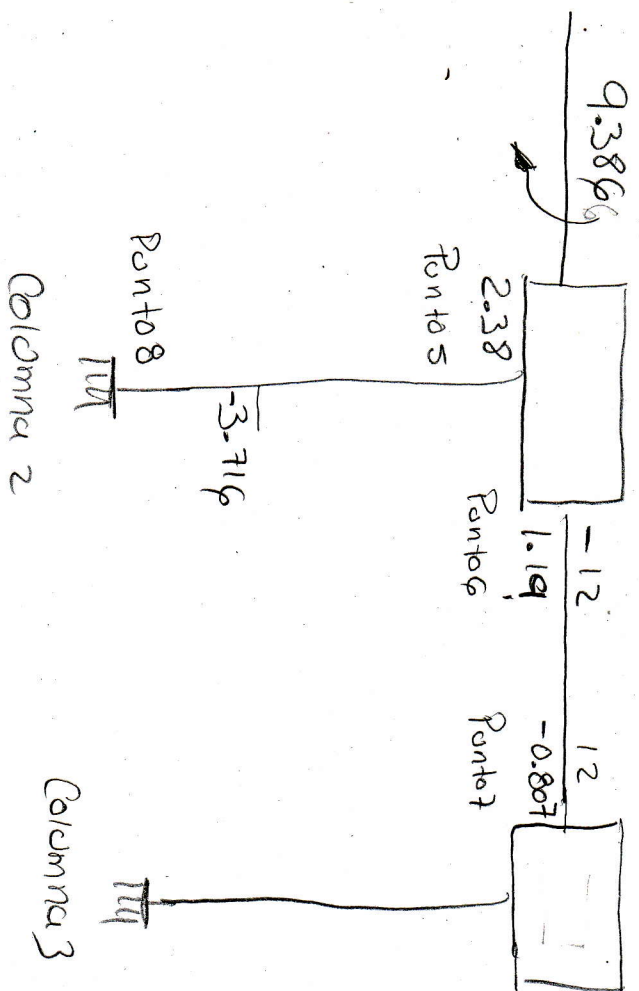
$$-2.67 - 1.613 + 0.871 = -3.412$$

Para el Punto 4 tendríamos

$$-6 + 2(1.19) + 1.006 = 9.386$$

Quedando finalmente:





Para el Punto 5:

$$2(2.38) - 3.716 = 1.044$$

Para el Punto 6

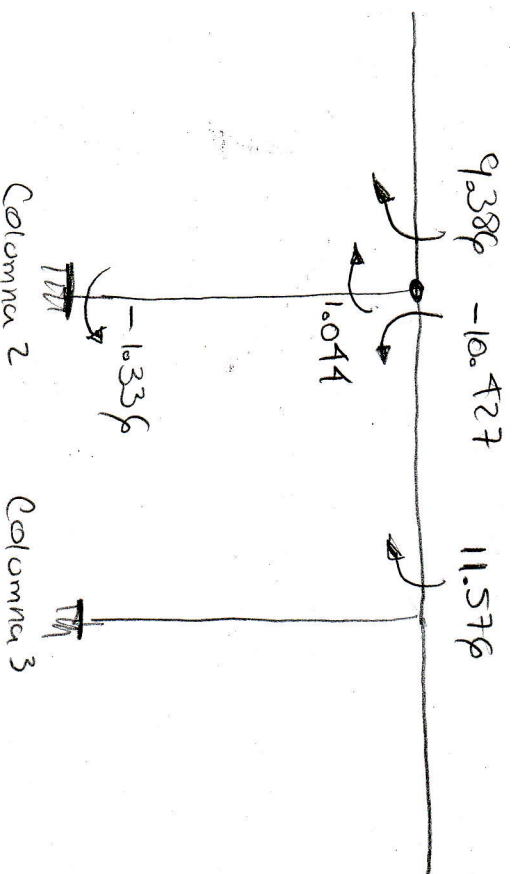
$$-12 + 2(1.19) - 0.807 = -10.427$$

Para el Punto 7

$$12 + 2(-0.807) + 1.19 = 11.576$$

Para el Punto 8

$$-3.716 + 2.38 = -1.336$$



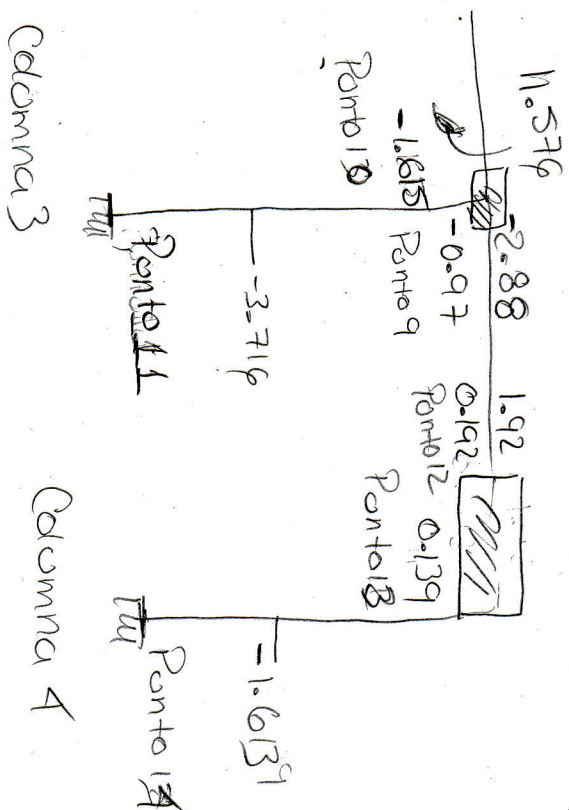
una confirmación de que nuestros momentos son adecuados es sumando los momentos en los nodos y la suma debe ser igual a cero (0)

nudo Superior Columna 1

$$-2.798 + 2.798 = 0 \text{ ok}$$

nudo Superior Columna 2

$$9.386 - 10.427 + 1.044 = 0 \text{ ok}$$



Punto 9
 $-2.88 + 2(-0.97) + 0.192 = -4.628$

Punto 10
 $2(-1.615) - 3.716 = -6.946$

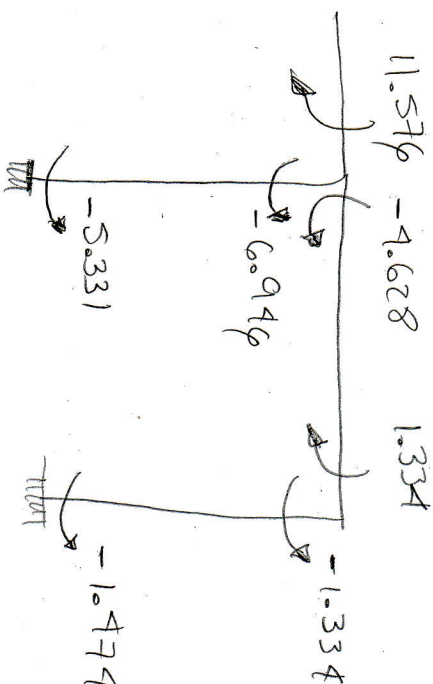
Punto 11
 $-3.716 - 1.615 = -5.331$

Punto 12
 $1.92 + 2(0.192) - 0.97 = 1.334$

13

Punto 13
 $0.139(2) - 1.613 = -1.334$

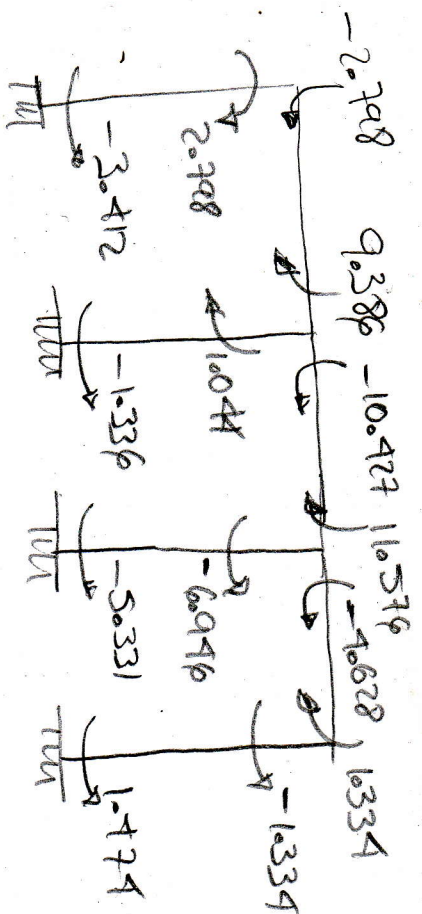
Punto 14
 $-1.613 + 0.139 = -1.474$



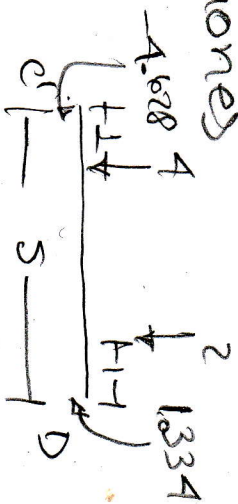
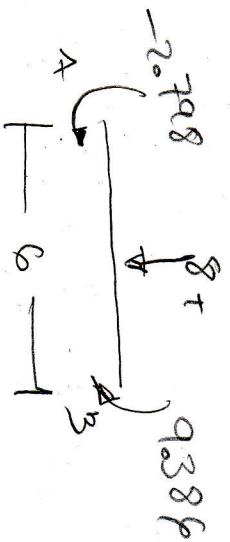
la suma en los nudos debe ser igual a Cero

$11.576 - 4.628 - 6.946 = 0$ o r

$-1.334 + 1.334 = 0$ o r



Calculo de las reacciones



$$6.588 + 8(3) - 6B = 0$$

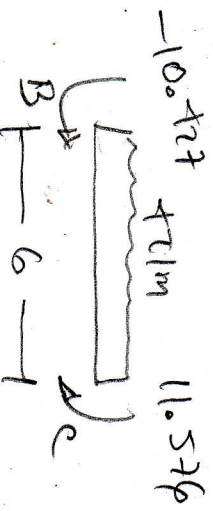
$$B = -5.098$$

$$B = 2.902$$

$$-3.294 + 4(1) + 4(2) - 5D = 0$$

$$D = 1.74$$

$$C = 4.26$$



$$1.149 + 4(6)(3) - 6C = 0$$

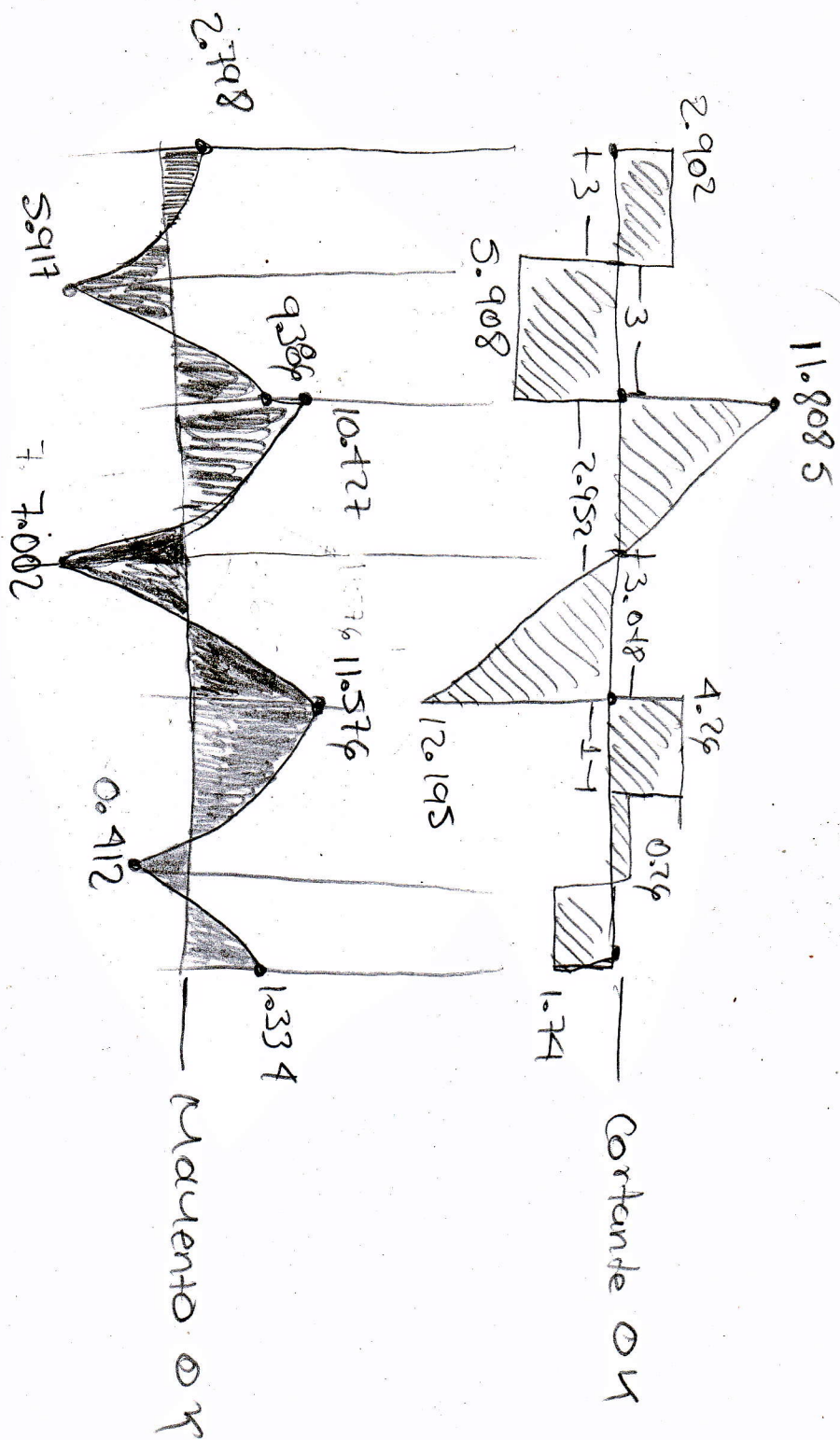
$$C = -12.1915$$

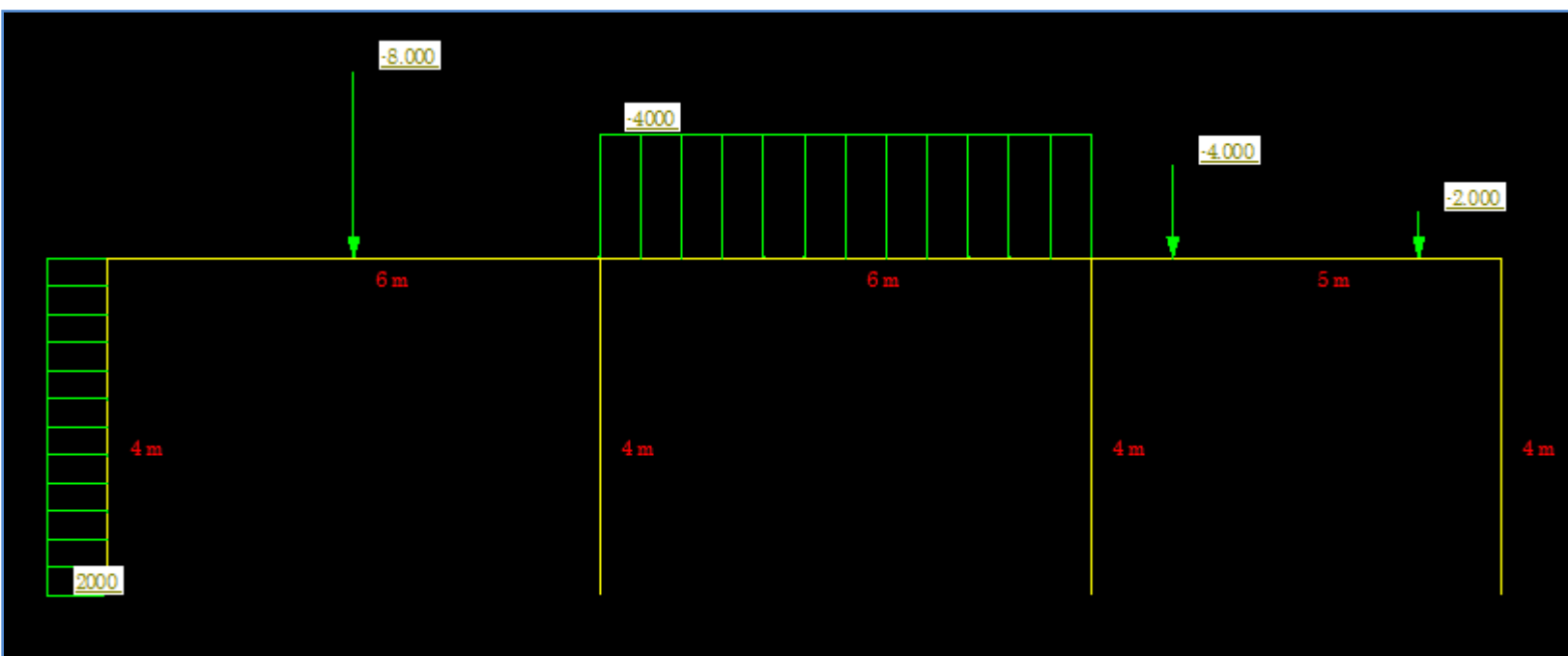
$$B = 11.8085$$

y con este ultimo valor damos
por concluido el analisis del
marco.

Ing. Jose Antonio Mendoza Vidal

Mendoza





Modelo en el staad pro.

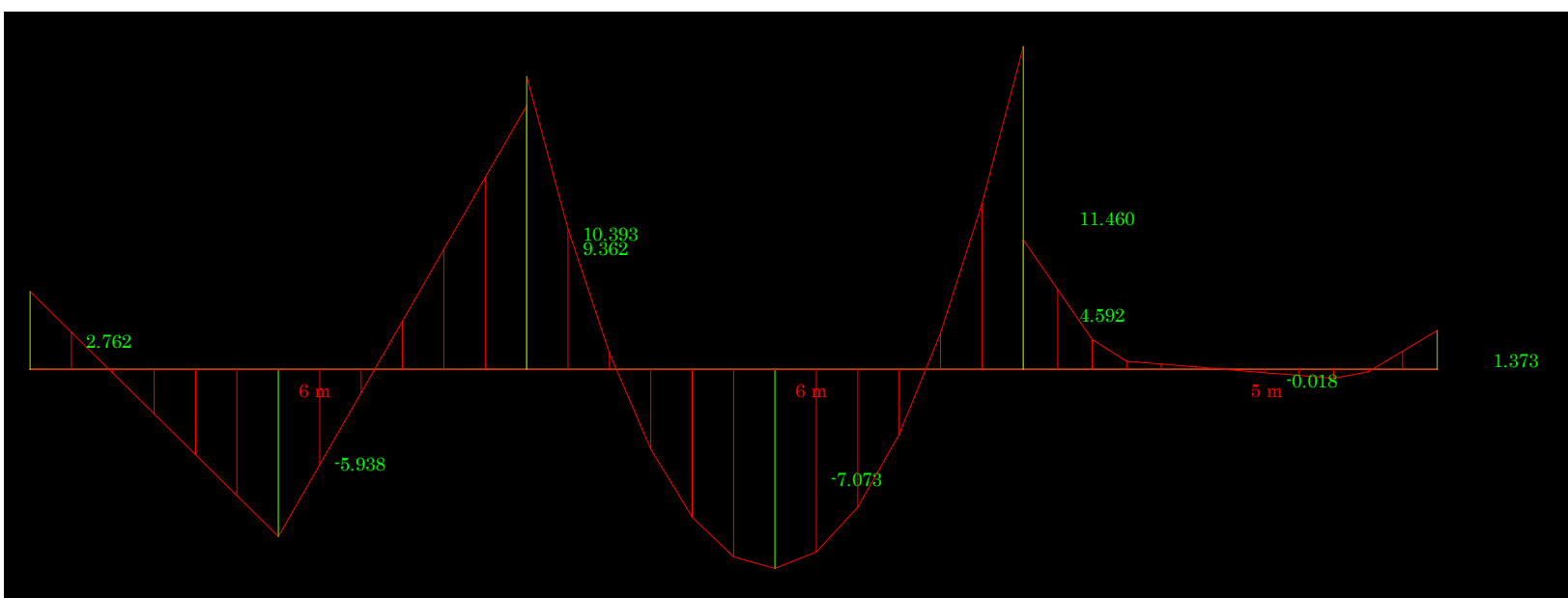


Diagrama de momentos flectores originado por el programa.

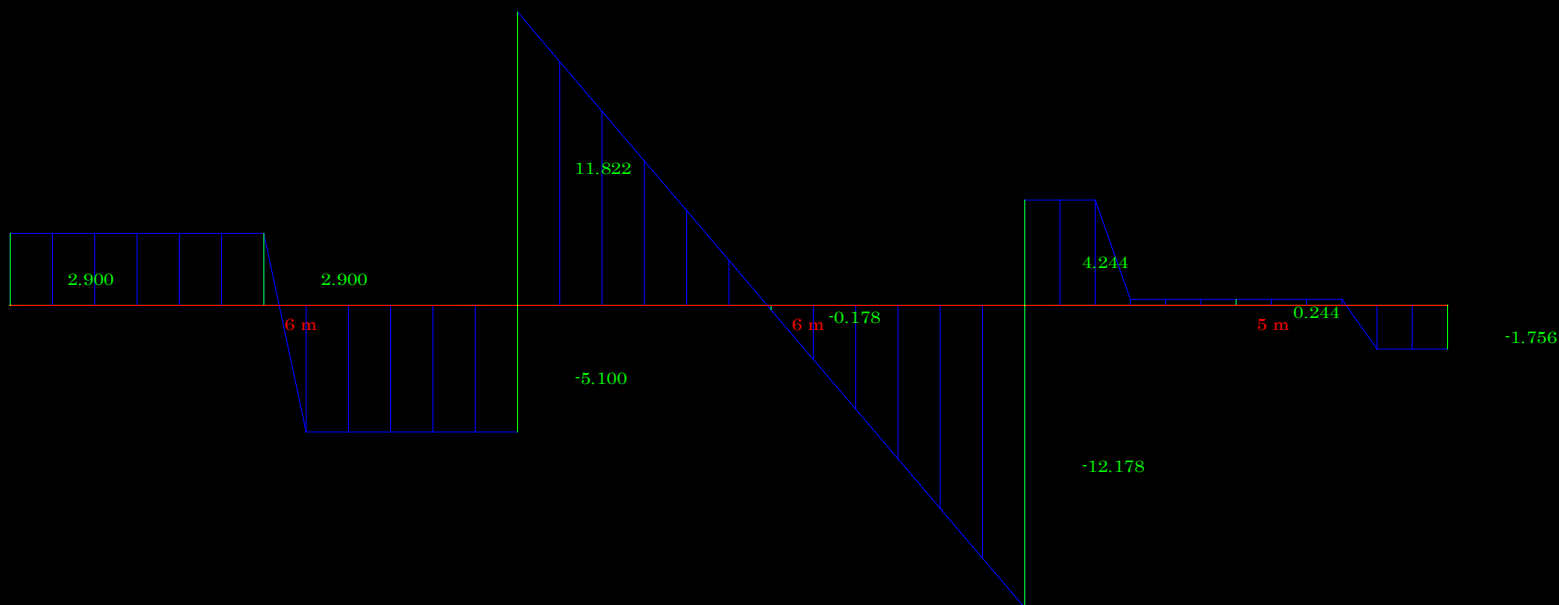


Diagrama de cortantes originados por el programa.

Los momentos y los cortantes originados por el programa son notablemente similares, por lo que se puede asegurar que se aplicó correctamente el método de distribución de momentos para pórticos con desplazamiento lateral.

Espero les sirva de mucho.

ATTE: ing José Antonio Mendoza Vidal

Agradeciendo sus comentarios si encontrasen algún error favor de informarlo por medio de algún comentario.